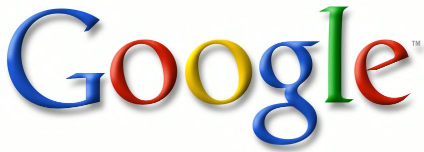
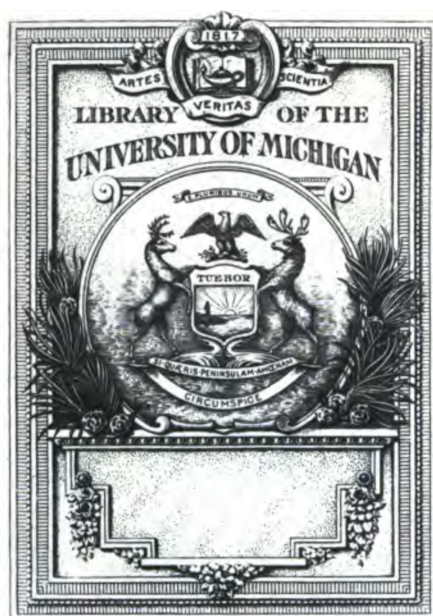



1817
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUÆRIS PENINSULAM AMŒNAM
CIRCUMSPICE

GROND-BEGINSELEN

DER

WYNROEY-

EN

PEIL-KUNDE,

TEN DIENSTE DER LANDGENOOTEN.

GROND-BEGINSELEN

DER

WYNROEY-

EN

PEIL-KUNDE,

TEN DIENSTE DER LANDGENOOTEN.

BESCHREEVEN

DOOR

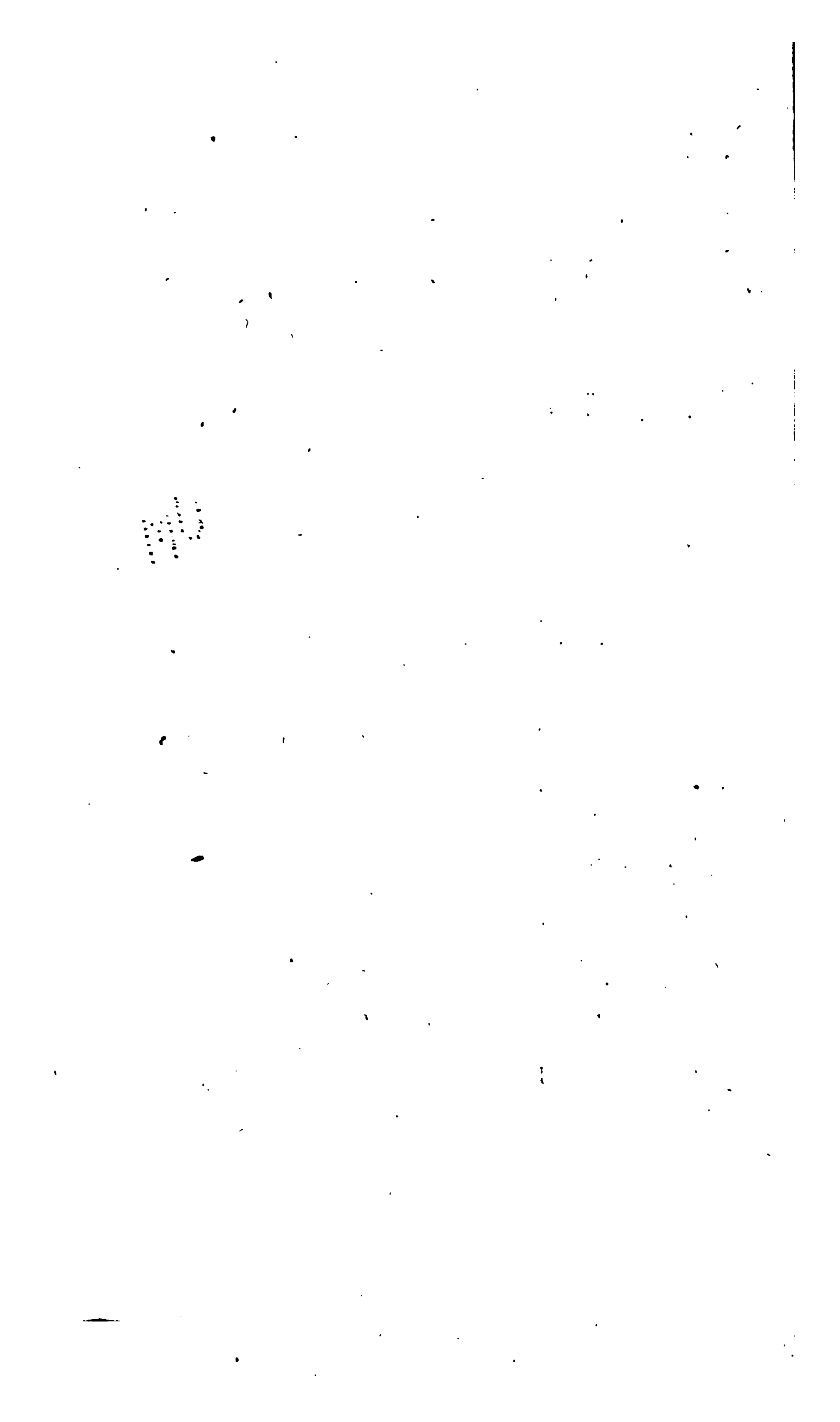
JOHAN LULOFS,

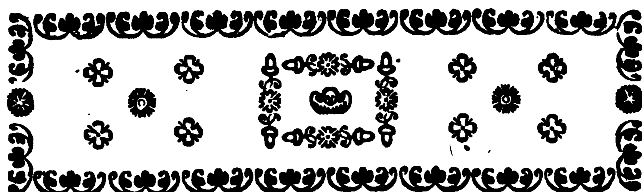
HOOG-LEERAAR IN DE PHILOSOPHIE, WIS- EN STER-REKUNDE OP 'S LANDS UNIVERSITEIT TE LEYDEN; INSPECTEUR GENERAAL DER RIVIEREN VAN HOLLAND EN WESTVRIESLAND; ORDINARIS ADVISEUR VAN H. ED. MOG. DE HEEREN GECOMMITTEERDE RAADEN VAN H. ED. GR. MOG. IN ALLE ZAAKEN DE ROEYINGEN EN PEILINGEN CONCERNEERENDE.

Te LEYDEN,

By de Wed. A. HONKOOP EN ZOON,

MDCCLXIV.





VOORREDE.

Ik twyffele niet, of veelen zullen zig verwonderen, dat ik, die het grootſte gedeelte van mynen leeftyd aan de Sterrekunde, Werktuigkunde, en Waterloopkunde beſteed heb, de pen heb opgevat om de *Grondbeginſelen der Roey- en Peil-kunde* die weinig gemeenſchap ſchynen te hebben met de gemelde deelen der toegepaſte Wiskunde, ten dienſte der Landgenooten, inzonderheid ten nutte der Zuid-hollandſche Wynroeyers en Peilders te beſchryven: voor weinige maanden konde ik zelf niet vermoeden, dat ik in omſtandigheden zoude worden gebragt, die my het opſtellen en uitgeeven van dit Werkje zouden aanraaden, en my zelfs eeniger maaten daar

toe noodzaaken: weshalven ik het niet ondienstig oordeele eenig verslag te doen van het geene hier toe heeft aanleidinge gegeeven.

Na dat 'er sedert eenigen tyd geklaagd was, dat de Zuid-hollandsche Wynroeyers en Peilders niet op denzelfden voet de grootte der Vaten, en de hoeveelheid van het nat, dat daar in overig is, bepaalen, en dat een vat, dat in de ééne Stad geroeid, en naa een andere Stad overgebragt was, grooter, of kleinder wierdt bevonden, naar dat de Roeijers of verschillende roeystokken, of verschillende handgreepen gebruikten; hebben Haar Ed. Mog. de Heeren Gecommitteerde Raaden van Haar Ed. Groot Mog. in Zuidholland, gewild, dat ik de waare grootte van *de Amsterdamsche Stoop*, die hier tot een algemeene maat verstrekt, en over welks inhoud eenigen tyd getwist was, naauwkeurig zoude bepaalen, en vervolgens nieuwe Roey- en Peil-stokken zoude berekenen. Om aan deeze orders, naar myn vermogen, met alle omzigtigheid te voldoen, heb ik voor-

af

af de zwaarte van een *Rhynlandschen* taerling-voet bezonken regen-water door nieuwe en naauwkeurige werk-tuigen, en door herhaalde Proefneemingen onderzogt; en hier uit de zwaarte van een *Amsterdamschen* Taerling-voet bezonken regen-water bepaald. Voorts heb ik met alle oplettendheid door menigvuldige proeven, uit het bepaalde, het getal der *Amsterdamsche* Taerling-duimen, die één Amsterdamsche stoop uitmaaken, afgeleid. Ik heb de *Roey-stokken* (zo de *Quadraat-* als de *Cubic-*roede) als mede de *Wan-* of *Peil-stokken* op de gelegde gronden berekend, en alle de verdeelingen zelf op staaven van Cypressen-hout gesneeden; van waar dezelve door onzen beroemden Leidschen Werktuig-kundigen, den Heer *Jan Paau*, zyn overgebragt op kopere Plaaten, welke op eene byzondere wyze op staaven van Mahogny-hout zyn vastgemaakt.

Na dat Haar Ed. Mog. in deeze Roey- en Peil-stokken hadden genoegen genomen, begeerden Dezelve, dat ik de veiligste en eenvouwdigste wyze zoude opgeeven, waar

op deeze Werktuigen door de Wynroeyers en Peilders zouden moeten worden gebruikt, om niet verre van de waarheid af te dwaalen; terwyl hier om verscheiden redenen, geen Wiskundige naauwkeurigheid in het bepaalen van de grootte der Vaten, en van de hoeveelheid nats, dat 'er in dezelven overig is, kan verwagt worden. Hier uit is dit Werkje gebooren, waar in ik al het geene een Wynroeyer en Peilder noodig heeft te weeten, op eene eenvouwdige wyze heb voorgedraagen, terwyl hy de vereischte handigheid in het Roeyen en Peilen alleen door langduurige oeffeninge van zyn kunst, en door een aanhoudende oplettendheid op de verschillende gesteldheid der Vaten kan verkrygen. Echter zal hy byna overal in deeze beoeffeneninge ondervinden, dat hy, den hoofdzaakelyken inhoud van dit Werkje begreepen en zig eigen gemaakt hebbende, met veel gewisser schreeden voortgaat, dan of hy slegts tastender wyze zyn werk verrichte, vertrouwende op regels, waar van hy den grond te vooren niet heeft begreepen. Een Wyn-

roe-

roeyer, die de gronden van zyn kunst niet verstaat, is toch vooral niet meer achtinge waerdig dan een Horlogie-maaker, die zyn kunst als een Ambacht oeffent, zonder dat hy zig van de beginselen der Werktuigkunde heeft meester gemaakt.

Men verwagte hier dan geen verhevene bespiegelingen, of langwylige redeneeringen over de verschillende wyzen om den inhoud van allerley vaten, door de fynste berekeningen te vinden: myn oogmerk is geenzins geweest eenige bedreevenheid te toonen in de *Fluxie*-rekeningen; maar ik heb getracht van dienst te zyn aan de Hollandsche Wynroejers en Peilders. Echter heb ik op weinige plaatsen, daar ik het volstrekt noodig oordeelde, eenige dingen ingelascht, die boven het bereik zyn van gemeene Wynroejers, en die daarom, ten nutte van een weinig meer gevorderden, met kleinder letters zyn gedrukt: evenwel heb ik myn best gedaan, om die berekeningen duidelyk en gemakkelyk te maaken, zelfs voor die geenen, die zig slegts in de eerste beginselen der *Fluxie*-rekeningen, of der *Dif-*

ferentiaal en *Integraal*-rekeningen hebben geöeffend.

Ik heb een' aanvang gemaakt met een korte verhandelinge over de tientallige Breuken, of *Decimaale Fractien*, om dat men dezelven ieder oogenblik in het Wynroeyen en Peilen noodig heeft, en evenwel daar over zeer weinig op eene duidelyke wyze, vooral in onze Moedertaal, is geschreeven. Voorts ben ik over gegaan tot de *Wortel-trekkinge*, welke ik zeer kort heb behandeld, om dat men deeze, wel niet zeer kunstige, maar tydverkwistende rekeningen geheel kan ontwyken door het gebruik der *Logarithmen*, waar over ik alleen dat geen heb voorgesteld, dat derzelver aard in het gemeen, en vooral derzelver gebruik betreft in het Wynroeyen en Peilen, in het berekenen en toetsen der Roeyen Peil-stokken, enz. zonder my op te houden met de fraaije en verheevene bespiegelingen omtrent derzelver berekeninge; dit toch zoude boven het bereik van die geenen zyn, voor welken dit Werkje in de eerste plaatse geschikt is; terwyl meer

ge-

geoeffenden al, wat daar toe noodig is, in overvloed kunnen vinden in de Schriften van de beroemste Wiskundigen deezer eeuw, voornaamelyk in die van *Newton*, *Halley*, *Bernoulli*, *Euler*, *Craig*, *Colson*, *Walmesley*, *d'Alembert*, *Bougainville*, *Simpson*, enz.

De Meetkundige waarheden, die ten grondslage dienen voor de Roey- en Peilkunde, heb ik zeer beknopt voorgesteld, en doorgaans, om alle mogelyke kortheid te betrachten, den Leezer verzonden tot de beste Schryvers, daar de betoogingen van die waarheden te vinden zyn.

In de laatste Afdeelinge heb ik een beknopte beschryvinge gegeeven van den aard en het gebruik der *Schuif-schaal*, zo als ik dezelve heb verbeterd en op de Hollandsche vaten toegepast. Ik heb myn best gedaan om haar' aard en gebruik op eene eenvoudige wyze uit de beschouwinge der *Logarithmen* af te leiden, het geen tot hier toe, zo veel ik weet, niet duidelyk genoeg is geschied; zo dat de meesten, die zig hier en elders daar van bedienen, of geen, of een verward

denk-

denkbeeld hebben van de gronden, waar op zy behooren te werken, als zy niet tastender wyze hunne bepaalingen willen maaken.

Ik heb eerst voorneemens geweest om een naauwkeurige Afbeeldinge van de Schuif-schaal hier by te voegen; maar dewyl zulks de prys van het Werkje nog hoger zoude hebben doen klimmen, en dewyl de Schuif-schaalen, zo als zy door my zyn verbeterd, eerlang zullen te bekomen zyn by onzen beroemden Leydschen Konstenaar, den Hr. *J. Paauw*, heb ik van dat voorneemen afgezien.

Ik heb *den Inhoud* van het geheele Werk vooraf laaten gaan, op dat inzonderheid de Wynroeyers en Peilders gemaklyk zouden kunnen vinden het geene tot hunne onderrichtinge moet strekken; ik heb het geene onder hun bereik en voor hun nuttig of noodig is met *Cursyf* laaten drukken; het andere, dat meer ervaarenheid in de Wiskunde vereischt, en dat zy kunnen missen, is met Romein gedrukt.

Men zal een menigte van rekeningen in deeze

deeze Grondbeginselen ontmoeten, die my veel tyds gekost hebben; en, schoon tot het opmaaken van dezelven meer geduld en oplettendheid, dan geleerdheid en bedreevenheid in de verhevene deelen der *Wiskunde* vereischt wierdt; echter heb ik het hoofdzaakelyke van dit werk aan geen anderen willen vertrouwen: edoch het zoude my niet verwonderen, zo ik in zulk een menigte van zamengestelde rekeningen hier of daar een misslag mogt begaan hebben; zy, die gewoon zyn zig met dusdaanige berekeningen bezig te houden, zullen dit niet vreemd vinden, en zulks gunstig gelieven te verschoonen.

Ik heb my overal van eenen eenvoudigen styl bediend, zo als Wiskundige zaaken vereischen; ik heb liever klaar, dan cierlyk willen schryven, op dat ik van nut mogte zyn voor die geenen, welken ik hier den weg heb willen wyzen, om op vaste gronden de kunst van Wynroeyen en Peilen te oeffenen; terwyl opgesmukte bewoordingen nergens minder te pas komen, en nergens meer de Pedantery van den Schryver

ten

ten toon ſtellen, dan in ſchriften van deezen aard.

De voornaamſte Drukfeilen en Verbeteringen heb ik aangetekend; welke men, om niet misleid te worden onder het leezen, voor af dient te veranderen.



INHOUD.

EERSTE AFDEELINGE.

Over de Wynroey-kunde.

§. XXXIV-

§. LXXXIII.

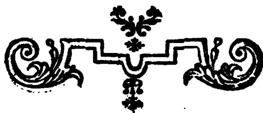
** §. XCV.

TWEEDE AFDEELINGE.

Over de Peil-kunde.

DERDE AFDEELINGE.

Over de Schuif-schaal en deszelfs gebruik.



UIT-



UITLEGGINGE DER TEKENEN.

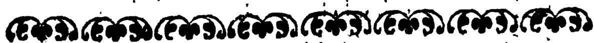
$+$	is het teken	van Zamentellinge.
$-$	—— ——	van Aftrekkinge.
$\times$	—— ——	van Vermenigvuldiginge.
$:$	—— ——	van Deelinge.
$=$	—— ——	van Gelykheid.

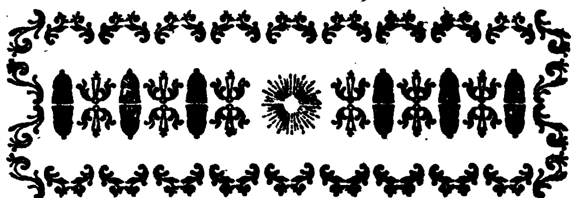
$4:2=6:3$ betekent, dat 4 ſtaat tot 2, als 6 tot 3.

Log. —— —— —— *Logarithmus.*

$\sqrt{}$ of $\sqrt{}$ —— —— Vierkante Wortel.

$\sqrt[3]{}$ —— —— —— Taerling-wortel.





EERSTE AFDEELINGE

OVER DE

WYNROEYKUNDE.

EERSTE HOOFDSTUK

Over de berekeninge der tientallige Breuken.

§. I.

Dewyl de diepte, langte en grootte der Vaten, en de hoeveelheid vogts, welke zy inhouden, zeer zelden kan bepaald worden in geheele getallen; en dewyl de gewoone Breuken zeer ongemakkelyk zyn in het berekenen, zo zal het noodig zyn, dat men toevlugt neeme tot de *Tientallige Breuken*, welke met dezelfde gemakkelykheid worden behandeld, als de geheele getallen.

§. II.

Een *Breuk*, in het gemeen, is in de Rekenkunde *een getal, dat een deel van de éénheid uitmaakt*, gelyk $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{9}{10}$, enz. zo dat de getalmerken, die boven de lyn ſtaan, aantoonen, hoe veele deelen van de éénheid in het gegeeven getal begreepen zyn; terwyl de getalmerken onder de lyn uitdrukken, in hoe veel van die deelen de éénheid is verdeeld; de getalmerken boven de lyn worden *de Teller* geheeten; die geenen, die onder de lyn ſtaan, maaken *den Noemer* uit. Dus is in de Breuk $\frac{11}{20}$, het getal 11 de Teller, en 20 de Noemer; zo dat deeze Breuk *elf* deelen bevat van die geenen, waar van 'er *twintig* in de éénheid gaan.

§. III.

Een *tientallige Breuk* heeft altoos tot Noemer of het getal *tien*, of een getal, dat juiſt door *tien* deelbaar is zonder eenig overſchot: zo dat de Noemer altyd de éénheid is, gevolgd door zo veel *Cyffers*, of *Nullen*, als 'er getalmerken zyn in den Teller. Dus is $\frac{9}{10}$ een tientallige Breuk, als mede $\frac{99}{100}$, $\frac{999}{1000}$, gelyk ook $\frac{1234}{10000}$, $\frac{56789}{100000}$ enz. Maar dewyl de aard van deeze Breuken medebrengt, dat de éénheid met eenige

nige daar agter gevoegde *nullen* den Noemer uitmaaken, zo laat men den Noemer weg, en men schryft alleen den Teller; dewyl uit de plaatsinge der getalmerken in den Teller zeer gemakkelyk op te maaken is, hoedaanige Noemer daar toe behoort. By voorbeeld, men schryft 0, 9 in plaats van $\frac{9}{10}$; 0, 99 in plaats van $\frac{99}{100}$; 1, 9 in de plaats van $1\frac{9}{10}$; 6, 1234 in de plaats van $6\frac{1234}{10000}$ enz. Op dezelfde wyze schryft men 0, 09 in plaats van $\frac{9}{100}$, dewyl de 0, die voor 9 gesteld wordt, moet aantoonen, dat dit laatste getalmerk geen 9 *tiende* deelen, maar negen *honderdste* deelen vertoont. Dus ook: 0, 009 wordt gesteld in de plaats van $\frac{9}{1000}$; en 0, 069 in de plaats van $\frac{69}{1000}$; 143, 052 stelt men in de plaats van $143\frac{52}{1000}$ enz.

§. IV.

Hier uit (§. III.) ziet men, dat het eerste getalmerk, dat op het streepje, of *comma* (waar voor zommigen een punt, of stipje stellen) volgt, de *tiende* deelen uitdrukt, het tweede de *honderdste* deelen, het derde getalmerk de *duizendste* deelen, en zo vervolgens. Weshal-

ven een tientallige Breuk, die uit meer dan één getalmerk bestaat, in zo veele tientallige Breuken kan worden ontbonden, als 'er betekenende getalmerken in zyn. Dus is 0, 1234 gelyk aan de somme van $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{100}$, $\frac{3}{1000}$, en $\frac{4}{10000}$, en 6, 05607 is gelyk aan de somme van 6, $\frac{0}{10}$, $\frac{5}{100}$, $\frac{6}{1000}$, $\frac{0}{10000}$ en $\frac{7}{100000}$; of $6+\frac{0}{10}+\frac{5}{100}+\frac{6}{1000}+\frac{0}{10000}+\frac{7}{100000}$, of $6+\frac{5}{100}+\frac{6}{1000}+\frac{7}{100000}$.

§. V.

Dewyl dus de waerde der tientallige Breuken afhangt van de plaats, waar in de getalmerken, die den Teller uitdrukken, gesteld zyn, zo valt het zeer gemakkelyk, om verscheiden Breuken tot éénen Noemer te brengen, als men maar maakt, dat zy alle evenveel getalmerken hebben, de ledige plaatsen zodaanig vullende door nullen, dat ieder getalmerk in zyn rechte plaats staa, en dus zyn rechte waerdy vertoone. Als men 0, 6 en 0, 05 tot éénen Noemer wil brengen, is 'er niets anders noodig, dan dat 0, 60 geschreeven worde in plaats van 0, 6; en men heeft het zelfde, als of men schreef $\frac{60}{100}$ en $\frac{5}{100}$; de nul, die aan de rechterhand agter 0, 6 gesteld wordt in de eerste Breuk, verandert niets in deszelfs waerde, dewyl

wyl dus het zelfde geschiedt, als of beide, en Teller en Noemer, door tien werden vermenigvuldigd.

§. VI.

Het *is* de Wynroeykunde vooral gemakkelyk, dat men, een getal door een ander getal deelende, het welk daar in niet juist bevat is zonder eenig overschot, het overschot by het geheele getal voege, het welk het groote deel is van de uitkomst, niet onder de gedaante van een gemeene, maar onder die van een tientallige breuk; het geen verkregen wordt, als men agter het Deeltal één of meer nullen stelt (naar dat men de uitkomst naauwkeurig wil hebben, en naar dat de aard van het overschot vordert) en men vaart voort met deelen, als of alles uit geheele getallen bestondt. By voorbeeld, als men 15 wil deelen door 6, is de uitkomst op de gewoone wyze $2\frac{1}{2}$; maar om de breuk, die het overschot vertoont, dat 'er, boven tweemaal 6, in 15 begreepen is, tientallig te hebben, zo stelt men agter 15 een stip of *comma*, en agter deeze comma een nul, en men deelt 15, 0 door 6; men vindt, dat dit getal tweemaal gaat in 15, en dat 'et 3. overschieten; deeze zyn nu $\frac{30}{10}$, en men bespeurt ligt, dat $\frac{20}{10}$

door 6 gedeeld $\frac{5}{10}$ uitleveren; dus is de geheele uitkomst $2\frac{5}{10}$, of 2, 5. Als men 234 deelt door 9 is de uitkomst $29\frac{2}{8}$, of $29\frac{1}{4}$; maar, om de bygevoegde breuk tientallig te doen zyn, deelt men 234, 00, of $\frac{234,00}{100}$ door 9, en men vindt voor de uitkomst $29\frac{25}{100}$.

§. VII.

Door deezen zelfden weg (§. VI.) kan men altyd een gewoone Breuk in een tientallige veranderen, als men agter den Teller één of meer nullen stelt, en men deelt dit getal door den Noemer. Als men $\frac{1}{4}$ wil brengen tot een tientallige breuk, deelt men 100 door 4, dat is, honderd honderdste deelen door 4, en men bekomt $\frac{25}{100}$, of 0, 25; als men $\frac{7}{8}$ wil veranderen in een tientallige breuk, deelt men 7000 door 8 (dat is, zevenduizend duizendste deelen door 8) en men bekomt $\frac{875}{1000}$, of 0, 875 voor de uitkomst.

§. VIII.

Het gebeurt dikwyls, dat men een tientallige Breuk bekomt, die *onbepaald* kan genoemd wor-

worden; wanneer men nooit, al vaart men tot in het oneindige voort met nullen agter den Teller te ſtellen, en vervolgens met deelen, het laatſte overſchot zoodaanig vindt, dat 'er de Noemer juiſt in opgaat; in welk geval een Breuk voor den dag komt, die uit *herhaalde getalmerken* beſtaat: als men, by voorbeeld, $\frac{1}{3}$ tot een tientallige breuk zal brengen, verkrygt men in de uitkomſt $\frac{100}{100}$ gedeeld door 3, dat is, $\frac{33}{100}$ en nog $\frac{1}{3}$ van een honderſte deel; indien men $\frac{1000}{1000}$ deelt door 3, vindt men 333 duizendſte deelen, en nog een derde van een duizendſte deel, en zo vervolgens in het oneindige. Op dezelfde wyze wordt $\frac{3}{7}$, tot een tientallige Breuk gebragt zynde, 0, 428571428571 enz. zo dat 'er een reex van zes getalmerken is, die geduurig wederom herhaald wordt, hoe verre men ook met deelen moge voortvaaren. Derhalven geeft de tientallige Breuk in deeze gevallen ſlegts *ten naaſten by* de regte waerde van de gemeene Breuk, die in een tientallige veranderd is, ſchoon het verſchil zo klein wordt, dat men 'er geen acht op behoeft te geeven.

§. IX.

In de meeste, zo niet in alle, gevallen, die in de Roey- en Peilkunde voorkomen, kan men met twee of drie getalmerken, tot de tientallige Breuken behoorende, volstaan; en het zoude, om redenen, welke ik in het vervolg zal voordraagen, een onnutte tydverkwistinge en moeite zyn, indien men verder wilde voortgaan: men kan dus veilig de laatste getalmerken weglaaten. Als men, by voorbeeld, vindt, dat in een Anker, of in een Vat, dat de maat van 16 stoopen moet houden, 16, 2197 stoopen begreepen zyn, kan men veilig de twee laatste getalmerken wegwerpen, en neemen (om dat $\frac{2197}{10000}$ zeer na komt aan $\frac{22}{100}$) 16, 22; zelfs is het hier in de meeste gevallen genoeg, dat men stelt 16, 2. En, in het algemeen, als men van agteren getalmerken afsnydt, die te zamen meer uitmaaken dan de helfte van de naastvoorgaande letter naa de linkerhand, neemt men deeze letter ééne éénheid grooter. By voorbeeld, voor 234, 5678 schryft men, als de alleruiterste naauwkeurigheid niet vereischt wordt, 234, 568; maar voor 87, 6543 neemt men 87, 65, waar door maar 0, 0043, of $\frac{43}{10000}$ te kort komt.

Zamen-

Zamentellinge (Additie) *der tientallige Breuken.*

§. X.

Alle berekeningen der tientallige Breuken geſchieden op dezelfde wyze, als die der geheele getallen, alleen acht geevende op de waare betekeniſſe der getalmerken, die uit derzelver plaats gekend wordt; derhalven heeft de Zamentellinge niets byzonders, alleen ſtelt men de tiende deelen onder de tiende deelen, de honderdſte deelen onder de honderdſte deelen en zo vervolgens; en zo 'er geen deelen van een bepaalde grootte gevonden worden, het zy onder de deelen of breuken, welke men zal zamentellen, het zy in de ſomme zelve, vult men die plaats met een nul. By voorbeeld

0, 123	0, 0123	0, 987	1, 00023
0, 456	0, 0045	0, 6054	4, 05
0, 789	0, 6789	0, 00021	6, 7809
1, 368	0, 6957	1, 59261	11, 83113

In het *eerſte* voorbeeld zyn alle plaatſen vol met betekenende getalmerken; maar dewyl 'er 13 tiende deelen gevonden worden, en tien tiende deelen de éénheid uitmaaken, zo komt de éénheid, als een geheel getal, voor den dag in de opgetrokken ſomme. In het *tweede* voorbeeld zyn wel alle plaatſen der tiende, honderdſte,

duizendste en tienduizendste deelen gevuld, maar in het eerste getal, of in de bovenste Breuk zyn geen tiende deelen; dus wordt derzelver plaats gevuld door een nul; de tweede breuk in dit voorbeeld heeft noch tiende, noch honderdste deelen; en derhalven moeten twee nullen in derzelver plaats worden gesteld, enz. In het *derde* voorbeeld, zyn de plaatsen der tienduizendste en honderdduizenste deelen niet aangevuld in de eerste breuk, om dat 'er geen betekenende getalmerken volgen; zo dat uit de plaatsinge kan opgemaakt worden, welk een betekenis ieder getalmerk heeft. Men zoude anders het *derde* voorbeeld vol-uit op deeze wyze moeten schryven

0, 98700
0, 60540
0, 00021
1, 59261

§. XI.

Als men te doen heeft met tientallige breuken, die onbepaald zyn, en dus uit *herhaalde* getalmerken bestaan (§. VIII.), is het niet noodig, dat men de herhaalde of *wederkeerende* getalmerken in een lange reex voorstelle; het is genoeg, dat men drie of viermaal een en dezelfde letter, of het zelfde getalmerk ter neder stelt, als steeds het zelfde weer omkomt, gelyk in 0, 3333 enz. Als men dusdaanige onbepaalde Breuken zamentelt, doet men by de gevondene somme zo veel

veel éénheden aan de rechterhand, als 'er negentallen in de getalmerken der colom aan de rechterhand, by malkander vergaard zynde, bevat zyn. By voorbeeld

	0, 3333	3, 7777
	1, 8888	0, 8888
	6, 4733	7, 3666
	8, 6954	12, 0331
Verbeterd	8, 6955	verb. 12, 0333

In het *eerste* voorbeeld zoude de somme geweest zyn 8, 6954; maar om dat hier onbepaalde Breuken, en enkele wederkeerende getalmerken zyn, moet 1 by de somme bygedaan worden, om dat 3, 8 en 3 (de getalmerken van de laatste Colom) 14 uitmaaken, waar in éénmaal 9 is begreepen. Indien men verder voort gevaaren hadt, en geschreeven,

	0, 33333333
	1, 88888888
	6, 47333333
zoude de somme zyn	8, 69555554

Alwaar wederom, om dezelfde reden, het laatste getalmerk 4 moet veranderd worden in 5, om nader aan de waarheid te komen. In het *tweede* voorbeeld maakt de laatste Colom 21 uit, waar in tweemaal 9 gaan; derhalven moet het laatste getalmerk aan de rechterhand verbeterd worden, door 3 te stellen in de plaats van 1.

§. XII.

Als een Breuk *onbepaald* is, maar de steeds wederkeerende of herhaalde getalmerken van verschillende betekenisse zyn (gelyk 0, 428571428571 enz. in §. VIII.), zal men nader aan de waarheid komen met het laatste

getal-

getalmerk aan de rechterhand met zo veele éénheden te vergrooten, als 'er tientallen zyn in de laatste colom aan die zelfde hand. Dus

	0, 7087087087		3, 4127127127
	3, 1243243243		7, 3121212121
	2, 1414141414		0, 1763176317
	5, 9744471744		10, 9011515565
verbeterd	5, 9744471745	verbet.	10, 9011515566

§. XIII.

Als men Breuken moet zamentellen, die niet juist zyn, maar onder de *aannaderende* moeten worden gerekend, zo dat het laatste getalmerk aan de rechter hand onzeker is, kan ook de somme slegts als ten naasten by zeker gehouden worden; schoon doorgaans alleen het laatste, of de twee laatste getalmerken aan de rechterhand aan die onzekerheid deel krygen. By voorbeeld (als + te kennen geeft, dat het laatste getalmerk wat te klein, en — aantoont, dat het wat te groot is.)

0, 1234	+
2, 0506	—
4, 0078	+
6, 0901	—
12, 271	

Men is hier niet verder zeker dan tot de somme 12,271; maar om te zien, hoe veel men zoude kunnen missen, zo kan men daar het laatste getalmerk wat te groot is, het zelve voor juist houden; en daar het wat te klein is één éénheid daar by doen; en in een tweede berekeninge het laatste getalmerk, als het wat te groot is, met één verminderen, en, daar het te klein is, onveranderd laaten, als of het juist was;

het

het verschil der somme zal aantoonen hoe groot de onzekerheid is. Dus

0, 1235	0, 1234
2, 0506	2, 0505
4, 0079	4, 0078
6, 0901	6, 0900
12, 2721	12, 2717

Het verschil toont een onzekerheid van 0, 0004.

Aftrekkinge (Substractie) *der tientallige Breuken.*

§. XIV.

De Aftrekkinge geschiedt op dezelfde wyze, als in de geheele getallen, wederom acht gevende op de plaatsen en op de daar uit zigtbaare betekenisse der getalmerken; weshalven de ledige plaatsen met nullen moeten gevuld worden, om te toonen, welk soort van deelen ontbreeken. By voorbeeld

	9,8765	8,0076	12,0304	123,0400
	4,0302	5,4030	9,8007	56,7891
overs ch.	5,8463	2,6046	2,2297	66,2509

In het laatste voorbeeld zyn in het bovenste getal noch duizendste, noch tienduizendste deelen; derhalven moet men, op dezelfde wyze, als in de geheele getallen, van de naastvoorgaande deelen zo veel noodig is ontleenen. Van 0, 04 of $\frac{4}{100}$ kan men 0, 0091 of $\frac{91}{10000}$ af-

trek-

trekken, als men in plaats van $\frac{4}{100}$ schryft $\frac{400}{10000}$: wanneer $\frac{91}{10000}$, van $\frac{400}{10090}$ afgetrokken zynde, $\frac{309}{11000}$ overlaaten.

§. XV.

Als de Breuken, die van malkander moeten afgetrokken worden, *onbepaald* zyn, of één van beiden onder de *onbepaalden* moet geteld worden, met *enkele* herhaalde getalmerken, en het gebroken getal, het welk van een ander, dat bepaald is, afgetrokken wordt, wederkeerende getalmerken heeft, of zo de weder-keerende getalmerken in het af te trekken getal grooter zyn dan in het andere, moet, volgens den Heer Cunn (a), het getalmerk aan de rechterhand van dit laatste met één verkleind worden, om nader aan de waarheid te komen.

98, 7654	123, 4555 enz.	23, 04566 enz.
32, 1233 enz.	67, 8888 enz.	7, 08888 enz.
66, 6420	55, 5666	15, 95677

Maar als het *eerste* voorbeeld verder wordt vervolgd, en dan de Aftrekking gedaan, komt dat overschot nader en nader aan de waarheid.

	98, 7654
	32, 123333333
overschot	66, 642066667

Als men dit voor het waare neemt, is 66, 6421 (het geen men bekomt zonder deeze verbeteringe van den Heer

(a) Treatise of the Doctrine of Fractions, Chap. X. Sect. 2.

Heer *Cunn*) nader aan de waarheid dan door 66, 6420. Op dezelfde wyze in het *tweede* voorbeeld

$$\begin{array}{r} 123,\ 455555555 \\ 67,\ 888888888 \\ \hline 55,\ 566666667 \end{array}$$

Als men dit overſchot (dat een weinig te groot is) voor juiſt neemt, komt 55, 5667 (het geene men vindt zonder de gemelde verbeteringe) nader aan de waarheid dan 55, 5666, zynde dit laatſte 0, 00006666 7 te klein, en het eerſte maar 0, 000033333 te groot.

Het zelfde heeft plaats, als 'er meer getalmerken herhaald worden; zo dat men, als het overſchot zeer naauwkeurig moet worden bepaald, beter doet met de reexen der getalmerken te vergrooten, wanneer de feil niet merkelyk is.

De Vermenigvuldiginge (Multiplicatie) *der tientallige Breuken.*

§. XVI.

De Vermenigvuldiging geſchiedt in de tientallige Breuken op dezelfde wyze, als in de geheele getallen; alleen moeten van de Uitkomſt zo veele getalmerken afgeſneeden worden, als 'er tientallige letters zyn in den Vermenigvuldiger en het Vermenigvuldigde te zamen genomen; en, als het gebeurt, dat 'er in de Uit-
komſt

komſt zo veele getalmerken niet gevonden worden, moet men dezelve aanvullen met nullen

1,2	5,67	1,234	0,8912
3,4	8,91	0,567	0,0034
48	567	8638	35648
36	5103	7404	26736
4,08	4536	6170	0,00303008
	50,5197	0,699678	

De reden van deeze behandelinge ziet men aanſtonds, als men acht geeft, dat in het *eerſte* voorbeeld, in de plaats van 1, 2 kan geſchreeven worden $1\frac{2}{10}$, of $\frac{12}{10}$, en in de plaats van 3, 4 geſteld kan worden $3\frac{4}{10}$, of $\frac{34}{10}$; als dan deeze twee Breuken op de gewoone wyze behandeld worden, den Teller door den Teller, en den Noemer door den Noemer vermenigvuldigende, vindt men voor de Uitkomſt $\frac{408}{100}$, of $4\frac{8}{100}$, of 4, 08.

Het *vierde* voorbeeld kan op deeze wyze geſchreeven worden $\frac{8912}{10000}$ en $\frac{34}{10000}$: als men den Teller door den Teller, en den Noemer door den Noemer vermenigvuldigt, bekomt men $\frac{303008}{100000000}$; zo dat het eerſte getalmerk in den Teller aan de linkerhand $\frac{3}{1000}$ vertoont; weshalven twee plaatſen met nullen moeten aangevuld worden, om te doen zien, dat de 3 noch tot

tot de tiende deelen, noch tot de honderdste deelen behoort.

§. XVII.

Als onbepaalde Breuken door bepaalde moeten vermenigvuldigd worden, zoude men in de uitkomst te weinig bekomen, indien de wederkeerende, of herhaalde getalmerken niet verre zyn vervolgd; weshalven, volgens de regels van den Heer *Cunn* (b), in dit geval zoo veele éénheden by de laatste letter aan de rechterhand bygevoegd worden, als 'er negentallen in de uitkomst zyn, wanneer deszelfs getalmerken te zamen geteld worden. By voorbeeld, als 27, 643333 enz. (het geen zomtyds kortheids halven geschreeven wordt met ééne 3 aan de rechterhand, doch met een streepje daar door) vermenigvuldigd wordt door 0, 3, vindt men 8, 2929 op de gewoone wyze; maar 8 + 2 + 9 + 2 + 9 maaken te zamen 30; hier in gaan driemaal negen; derhalven moet men 3 voegen by de laatste letter; waar door men bekomt 8, 2932. Doch op deeze wyze wykt men dikwyls verder van de waarheid af, dan of men eenvouwdig de onbepaalde breuk gehandeld hadt als eene bepaalde: in dit zelfde voorbeeld, als men, in plaats van 27, 643, stelt 27, 643333333, en men vermenigvuldigt dit door 0, 3, vindt men 8, 2929999999; nu is 8, 2929 nader by waarheid dan 8, 2932. Hier uit kan men opmaaken, dat het veiliger is de reex der herhaalde, of wederkomende getalmerken te vervolgen, als het op kleinigheden aankomt.

(b) Op de aangehaalde plaatse pag. 74.

§. XVIII.

Als een bepaalde breuk door een onbepaalde moet vermenigvuldigd worden, kan men, óm het schryven van een groote menigte getalmerken te spaaren, de uitkomst door 10 vermenigvuldigen, en deelen deeze nieuwe uitkomst door 9. Als 123, 45 vermenigdigd moet worden door 0, 777777 enz. of 0, 7̇, is de uitkomst alleen door 0, 7 gelyk aan 86, 415; derhalven zoude men moeten stellen:

$$\frac{864, 150}{9} = 96, 01666 \text{ enz.}$$

Dit komt omtrent zo naa aan de waarheid, als of men werkelyk 123, door 0, 777777 hadt vermenigvuldigd; dewyl men in dit laatste geval bekomt 96, 01697065.

Dit zy genoeg van de Vermenigvuldiginge, zonder dat het nodig zal zyn te handelen over de gevallen, alwaar de wederkeerende getalmerken uit verscheiden getalmerken zyn zamengesteld; dewyl ik hier alleen over de tientallige Breuken dat geene wil voorstellen, het geen op de Wysgeerige Wynroeykunde eenige betrekkinge heeft.

De Deelinge (Divisie) *der tientallige Breuken.*

§. XIX.

Als men de Breuken als geheele getallen aanmerkt, en men heeft de Deelinge verricht op de gewoone wyze, moet men in het hoeveelste (*Quotiens*) zo veele getalmerken aan de rechterhand afsnyden, dat derzelver getal, gevoegd by het getal der tientallige breuken in den

den Deeler, een somme uitmaakt, die zo groot is, als het getal der plaatsen, of getalmerken in het Deeltal; of (het geen met andere woorden het zelfde is) men moet zo veele getalmerken in het hoeveelste naa de rechterhand affnyden, als 'er meer tientallige getalmerken in het Deeltal zyn dan in den Deeler; en indien 'er meer tientallige breuktallen zyn in den Deeler dan in het Deeltal, moet men zo veele nullen, als breuktallen, voegen by het Deeltal, tot dat het getal der breukletteren in het Deeltal *ten minsten* zo groot is als in den Deeler; zelfs kan men 'er zo veele nullen byvoegen, als men wil, en zomtyds is zulks noodig, dat 'er dus *meer* breuktallen gebragt worden in het Deeltal dan in den Deeler.

$\frac{12,3450}{0,6} = 20,575.$ $\frac{9,8765}{0,05} = 197,53.$ $\frac{6,78}{0,9123}$

$= \frac{6,780000}{0,9123} = 7,43+$

De reden van deeze berekeninge vindt men aanstonds, als men acht geeft, dat de Deelinge het tegengestelde is van de Vermenigvuldiginge; weshalven in den Deeler en in het Hoeveelste, te zamen genomen, zo veele breuktallen moeten zyn, als in het Deeltal. Dit zelfde blykt op eene andere wyze, als men in het *eerste* voorbeeld schryft $\frac{123450}{10000}$, en in plaats van 0,6 +123450

 stelt

ſtelt $\frac{6}{10}$. 'Als men deeze Breuken op den gewoonen trant behandelt, bekomt men voor het hoeveelſte $\frac{1234500}{60000}$, of $\frac{12345}{600} = 20\frac{345}{600} = 20\frac{575}{1000} = 20,575$. In het *derde* voorbeeld zyn 4 nullen gedaan by het Deeltal, en dit is genoeg, als men het hoeveelſte *ten naaſten by* wil hebben; maar om dit nader te bepaalen, kan men nog vier andere nullen daar by doen, wanneer 'er tien breuktallen in het Deeltal zyn; het hoeveelſte is 7, 431765+, dewyl 'er vier breuktallen of breukletters zyn in den Deeler. Indien de Deeler was geweeſt 0, 09123, zoude het hoeveelſte zyn 74, 31765+; en zo hy was geweeſt 9, 123, zoude men voor het hoeveelſte gevonden hebben 0, 7431765.

§. XX.

Als een onbepaalde Breuk door een onbepaalde moet gedeeld worden, trekt men een tiende deel af van het deeltal, als de onbepaalde breuk *enkele* wederkeerende of herhaalde getalmerken heeft; het overſchot deelt men door den gegeeven Deeler, mede een tiende verminderd zynde. By voorbeeld, als 1234, 56 moet gedeeld worden door 0, 16; zo deelt men 1234, 56 − 123, 456 of 1111, 11 door 0, 16 − 0, 016 = 0, 144; en het hoeveelſte is 7716, 041666 enz. Als men de reex der wederkomende getalmerken vervolgd hadt, en men hadt geſchreeven 1234, 5666666666, zoude men gevonden hebben 7716, 04166666, en dus het zelfde getal.

II. HOOFD-

II. HOOFDSTUK.

Over de Wortel-trekkinge uit geheele en gebroken getallen.

§. XXI.

Dewyl een Wynroeyer, als hy of zelf zyne Roeyſtokken wil berekenen, of ook wil nagaan, of de hem ter hand geſtelde Stokken wel zyn gemaakt, noodig heeft, dat hy uit een gegeven getal den *vierkanten*; of de *taerlinkſchen Wortel* kan trekken, zo zal ik hier kortelyk den weg aanwyzen, waar door men op de allereenvouwdigſte wyze het oogmerk kan bereiken; ſchoon dit alles veel gemakkelyker en korter geſchiedt door de Kunſt-tallen, of *Logarithmen*, waar van in het volgende Hoofdſtuk zal gehandeld worden.

Over de vierkante Wortel-trekkinge.

§. XXII.

Een *Vierkant* getal is het geene gebooren wordt van een getal (dat *de Wortel*, of *het Wortel-getal* genaamd wordt) vermenigvuldigd door zig zelfs; zo dat *het trekken van de vierkante Wortel* uit een getal niets anders is, dan het getal te vinden, het welk, door zig

zelf vermenigvuldigd zynde, het voorgestelde getal uitmaakt.

§. XXIII.

De vierkante Wortel van een getal kan bestaan uit één of uit meer getalmerken. Als de Wortel maar één getalmerk heeft, kan het vierkant van denzelven niet meer dan twee getalmerken hebben; zelfs alle de Wortels, die uit één getalmerk en bygevoegde breuken bestaan, kunnen geen ander Vierkant uitleveren, dan het geen uit twee geheele getalmerken en een gebrooken getal zamengesteld is. Dus bestaat het vierkant van 9 maar uit twee getalmerken, naamelyk, 81; zelfs het vierkant van $9\frac{99}{100}$, of 9, 99 is maar 99, 8001, en dus minder dan 100, het kleinste van alle Vierkanten, welker wortels uit twee getalmerken bestaan, en welke met drie getalmerken geschreeven worden. Op dezelfde wyze kan het Vierkant, waar van de wortel uit twee getalmerken is zamengesteld, nooit meer hebben dan vier getalmerken; en in het algemeen kan een Vierkant nooit meer getalmerken bezitten dan het dubbeld van die geenen, welke den wortel uitmaaken.

§. XXIV.

§. XXIV.

Als een Wortel uit twee getalmerken bestaat, kan men denzelven altyd verdeeld rekenen in éénheden en tientallen; gelyk 12 kan gerekend worden te bestaan uit 10+2, of uit *één tiental* en 2 éénheden. Het Vierkant van zodaanig een getal bestaat uit het Vierkant van het eerste deel (100), uit tweemaal de uitkomst der vermenigvuldiginge van het eerste deel door het tweede (2 maal 20), en eindelyk uit het Vierkant van het tweede deel (2×2=4); zynde het Vierkant van 12 gelyk aan 100+40+4=144.

§. XXV.

Als de Wortel bestaat uit drie getalmerken, kan men denzelven beschouwen, als zamengesteld uit éénheden en tientallen, maar uit tientallen, welker getal zo groot is, dat men het door meer dan één of twee getalmerken moet uitdrukken. Als de Wortel is 123, bestaat dezelve uit 12 tientallen, of 120 (dat is, één honderdtal en twee tientallen), en daar en boven uit 3 éénheden; dit getal kan dan geschreeven worden op deeze wyze: 120+3; deszelfs Vierkant is 15129, het welk zamengesteld is 1°. uit het Vierkant van 120, naamelyk 14400; 2°. uit tweemaal 120 vermenigvuldigd

 door

door 3, dat is, 720; en 3°. uit het Vierkant van het tweede deel, naamelyk, $3 \times 3 = 9$; welke drie getallen $14400 + 720 + 9$ het voorgestelde Vierkant van 123, naamelyk 15129, uitmaaken.

§. XXVI.

Als de Wortel bestaat uit vier getalmerken, gelyk 1234, kan men op dezelfde wyze (§. XXV.) de geboorte en de zamenstellinge van het Vierkant naspeuren, beginnende van de getalmerken aan de linkerhand, dewyl dit getal kan aangemerkt worden als zamengesteld uit 1200 en 34; het Vierkant van 1234 bestaat dan uit 1440000, (zynde het Vierkant van 1200) uit tweemaal 1200 vermenigvuldigd door 34 (dat is $2 \times 1200 \times 34 = 81600$,) en uit het Vierkant van 34, of 1156; zo dat het geheele Vierkant is $1440000 + 81600 + 1156 = 1522756$. Maar tot nadere verklaringe van den oorsprong en het maaksel der Vierkanten, kan men het ook, en nog beter, op deeze wyze begrypen: het getal 1234 is te zamengesteld uit $1230 + 4$; dus is deszelfs Vierkant gelyk, 1°. aan het Vierkant van 1230 (dat is (§. XXV.) 1512900); 2°. uit tweemaal 1230 vermenigvuldigd door het tweede deel $= 4$ (dat is $1230 \times 2 \times 4 = 9840$), en 3°. uit het Vierkant

kant van 4 (dat is 16); weshalven het Vierkant van 1234 gelyk is aan 1512900 + 9840 + 16 = 1522756. En in het algemeen, als men het eerste deel stelt $= a$, het tweede deel $= b$, is het Vierkant van $a + b$ gelyk aan $a^2 + 2ab + bb$.

§. XXVII.

Als men dus den aard der Vierkanten heeft nagegaan, valt het gemakkelyk de wyze te begrypen, waar op de Vierkante wortel daar uit getrokken wordt. Men neeme het getal 15129 tot een voorbeeld (§. XXV.); men deele het zelve van agteren, of van de rechterhand af beginnende, in deelen, die uit twee getalmerken bestaan; alwaar het deel, of perk, dat het naast aan de linkerhand is, maar één getalmerk heeft, als het getal der letteren oneven is, gelyk hier ter plaatse: het getal staat dan op deeze wyze

|17|
1|51|29 } 123
1|44|

welke aantoont (§. XXV.), dat de Wortel uit drie getalmerken bestaat. Men zoekt, naamelyk, het grootste Vierkant, dat in het laatste perk naa de linkerhand begreepen is, het welk hier 1 bevonden wordt; men schryft 1 op een byzondere plaats agter het opgegeeven getal; men trekt het Vierkant van 1 (dat is 1) af van

 het

het getal in het laatste perk staande; wanneer niets overblyft: men verdubbelt deezen Wortel (vertoonende één honderdtal van éénheden) en men onderzoekt, hoe dikwyls 2 begreepen is in 5, het laatste getalmerk van het tweede perk; het hoeveelste is 2; dewyl 2 maal 2 vier is, zo trekt men 4 af van 5, en daar blyft 1 over; deeze gevoegd zynde by de 1, die in dat zelfde tweede perk volgt, zo blyven 11 over; hier van moet het Vierkant van 2 (zynde 4) afgetrokken worden, en daar blyven 7 over: ondertusschen wordt 2 naast den eerstgevonden Wortel 1 gesteld naa de rechterhand, en men heeft nu voor het eerste deel van den gezogten Wortel 12, (dat is hier, 120). Men verdubbelt dit gevonden Wortel-deel, en men deelt door $2 \times 12 = 24$ het getal 72 (het welk zamengesteld is uit de overgeschoten 7 in het tweede, en uit 2, de laatste letter in het derde perk): het hoeveelste is 3. Als men nu $24 \times 3 = 72$ aftrekt van 72, blyft 'er niets over; het Vierkant van 3 afgetrokken van 9, (zynde de eerste letter in het derde perk) laat weder niets over; zo dat 123 de juiste Wortel is van 15129.

§. XXVIII.

Men kan de getalmerken zo plaatsen, dat deeze bewerkinge beter in het oog komt by on-

ongeoeffenden. Men neeme het bovengemelde getal 1522756 (§. XXVI.); men verdeele het in perken, van welken ieder weder twee getalmerken bevat, uitgezonderd het vierde naa de linkerhand, dat 'er maar één heeft; en dewyl hier dus vier perken voor den dag komen, zo beſluit men (§. XXIII.), dat de Wortel uit vier geheele getalmerken moet beſtaan.

1	52	27	56	1234. W.
1				
0	52	00	00	
	40	00	00	
	4	00	00	
	8	27	00	
	7	20	00	
		9	00	
		98	56	
		98	40	
			16	
			0000	

I. Het grootſte Vierkant, dat in het laatſte perk bevat is, vindt men 1; deszelfs Wortel, = 1, wordt afzonderlyk geſchreeven by W; dit Vierkant, van het laatſte perk afgetrokken zynde, laat 0 over.

II. De laatſte letter van het volgende perk (= 5) deelt men door het dubbeld van 1, dat is door 2; het hoeveelſte is 2, het welk naaſt het eerſte deel van den Wortel geplaatſt wordt

wordt by W, en men trekt 2 maal 2 = 4 (dat hier, wegens de plaats, waar in het gesteld wordt, zo veel is als 400000) van 52, (het geen hier betekent 520000), waar van mede getrokken wordt het Vierkant van 2, zynde 4, (het geen hier betekent 40000) en 'er blyft over 8, (zynde hier 80000). Men zoude ook, volgens de handelwyze van *Tacquet* (*), naast den Deeler (= 2) kunnen stellen het Worteldeel 2, zo dat het wordt 22; welk getal, door het gevonden Worteldeel 2 vermenigvuldigd zynde, 44 uitlevert; het welk, (van 52 afgetrokken zynde,) wederom 8 overlaat.

III. By deeze 8 (of 80000) voegt men uit het volgende perk 2, (of 2000) en men trekt 12 × 2 × 3 = 72, (of 72000) van 82, (of 82000), om dat 12 × 2 = 24 driemaal in 72 gaan; het hoeveelste 3 plaatst men by W, naast 12: het overschot van 82, (hier 82000) naa dat 'er 72 (hier betekenende 72000) afgetrokken is, is 10 (of 10000); maar hier moet by gedaan worden de volgende letter van het zelfde perk, 7, en hier van moet nog afgetrokken worden het Vierkant van 3, (hier 30) naamelyk 9 (hier 900); het overschot is 98, (hier 9800 betekenende); het welk ge-

(*) Arithmet. L. 3. C. 1.

gevoegd wordt by 5, de laatste letter van het eerste perk.

IV. De deelen van den Wortel 123, die reeds gevonden zyn, vermenigvuldigt men door 2, en men verkrygt 246; dit getal, als Deeler, is 4 maal bevat in 984; dus wordt 4 naast 3 by W gesteld, en men trekt 984 (= 246 × 4) van 985; het overschot (= 1) gevoegd by de eerste letter 6, geeft 16, het geen juist het Vierkant van het laatste Worteldeel uitmaakt. Of men kan 4 (het laatst gevonden deel van den Wortel) plaatsen naast 246, en men verkrygt 2464, het geen, door 4 vermenigvuldigd zynde, 9856 uitlevert: zo dat, dewyl 'er niets overschiet, de waare Wortel is 1234.

§. XXIX.

Het geen tot hier toe gezegd is (§. XXIV-XXVIII.) heeft plaats in het uittrekken der Vierkante wortels uit *geheele* getallen, die waarlyk vierkant zyn, herkomstig uit de vermenigvuldiginge van een geheel getal door zig zelf: maar de meeste getallen zyn op zodaanig een wyze niet gesteld. Veele hebben een tientallige *Breuk* tot een aanhangsel, of bestaan uit enkele tientallige Breuken; andere hebben in het geheel geen juisten Wortel, zo dat deeze door aannaderinge moet gezogt worden.

§. XXX.

§. XXX.

Als een getal een tientallige Breuk tot aanhangsel heeft, moet men het behandelen, als of het een geheel getal was; en als het een volkomen Vierkant is, kan men staat maaken (§. XXIII.), dat 'er altyd een even getal van tientallige Breuktallen agter aan staat. By voorbeeld, om den Wortel te trekken uit 32, 1489, zo geeft men acht, dat 'er niet meer dan één getalmerk onder de geheele getallen in den Wortel kan komen, en twee tientallige Breuktallen. Als men dit behandelt als een geheel getal, zoude de Wortel zyn 567; maar dewyl 'er maar één geheel getal is, zo moet men 5, 67 voor den Wortel houden. Dus is ook de vierkante Wortel uit 4609, 0521, volgens de opgegeeven regels, 67, 89; en het blykt uit §. XVI. dat 'er half zo veele tientallige Breuktallen in den Wortel moeten zyn, als in het Vierkant.

§. XXXI.

De Wortel uit tientallige Breuken wordt op dezelfde wyze getrokken, acht geevende op de plaatsen der getalmerken, en op derzelver waarde, uit die plaatsen kennelyk. Als een tientallige Breuk een volkomen Vierkant

is,

is, en zy bestaat uit meer dan één getalmerk; moet de Wortel uit half zo veel getalmerken zyn te zamen gesteld. De Wortel uit 0, 81 is 0, 9; uit 0, 9604 is 0, 98; uit 0, 00974169 is 0, 0987. Men ziet in dit laatste voorbeeld, dat de Wortel uit 974169 (als een geheel getal aangemerkt) is 987; maar dewyl 'er *agt* tientallige Breukletters zyn in het Vierkant, moeten 'er *vier* zyn in den vierkanten Wortel.

§. XXXII.

Als een *geheel* getal geen volkomen Vierkant is, kan men den Wortel altoos vinden *by nadering*, en men kan zo na aan het getal komen, uit welks vermenigvuldiging met zig zelf het voorgestelde getal zoude moeten geboren zyn, als men wil, zonder ooit het zelve ten vollen te vinden. Men stelt 'er dubbeld zo veel nullen agter, als men tientallige breukletters in den Wortel wil hebben, en men gaat dan te werk, als of het geheele getallen waren. By voorbeeld, de Wortel uit 3 is nooit met de uiterste juistheid te vinden, (dewyl hy tusschen 1 en 2 zoude zyn, en dus een geheel getal met een Breuk); als men dan den Wortel wil hebben in een geheel getal, met 2 tientallige breukletters daar agter, trekt men den Wortel uit 30000, en men vindt, volgens de voorgeschreeven regelen,

1, 73;

1, 73; het welk, in zig zelf vermenigvuldigd zynde, 2,9929 uitlevert; zo dat 'er zeer weinig ontbreekt. Indien men den Wortel by aannadering wilde hebben in een geheel getal, en *drie* tientallige breukletteren, zoude men zes nullen agter 3 moeten stellen, en trekken uit 3000000 den vierkanten Wortel, als of het een geheel getal was; en men vindt 1, 732, welks Vierkant is 2, 999824.

§. XXXIII.

Op dezelfde wyze (§. XXXII.) gaat men te werk, als een getal, dat geen volkomen Vierkant is, wordt zamengesteld uit een geheel en uit tientallige Breuken, of ook als het geheel uit tientallige Breuken bestaat. Als men den vierkanten Wortel wil trekken uit 45, 678, moet men, als men den Wortel wil hebben in een geheel getal en drie tientallige breuktallen, stellen 45, 678000, (op dat 'er dubbeld zo veele breuktallen in het getal zyn, dat als vierkant wordt aangemerkt, als in den te zoeken Wortel) en hier uit den Wortel trekken, als uit geheele getallen. Men vindt, naamelyk, 6, 757, welks vierkant is 45, 657049: doch als men den Wortel by aannaderinge in één geheel getal en vier breukletters wilde hebben, zoude men vinden, uit 45, 67800000, den Wortel 6, 7579. Om den Wortel te hebben uit 0, 04567 in vier breuk-

breuktallen, moet men 3 nullen hier by voegen en trekken de Wortel uit 4|56|70|00, en men vindt 0, 2137, welks Vierkant is 0, 04566769.

Over de Taerlingsche Wortel-trekkinge.

§. XXXIV.

Als een vierkant getal door zyn Wortel wordt vermenigvuldigd, of als een getal tweemaal door zig zelf vermenigvuldigd wordt, komt de *Taerling* van dat getal te voorschyn; en men trekt den *taerlingschen Wortel* uit een getal, als men een getal vindt, dat, tweemaal in zig zelf vermenigvuldigd zynde, het voorgestelde getal uitlevert. Dus is 8 de Taerling van 2, om dat 2 × 2 × 2 gelyk is aan 8; en dus is 2 de taerlingsche Wortel uit 8; 3 de taerlingsche Wortel uit 27; 4 de taerlingsche Wortel uit 64, enz: 0, 008 is de Taerling van 0, 2; 0, 027 de Taerling van 0, 3; en 0, 5 is de taerlingsche, of *cubique* Wortel uit 0, 125; 0, 6 de taerlingsche Wortel uit 0, 216, enz.

§. XXXV.

De taerlingsche Wortel van een getal kan bestaan uit één of meer getalmerken; als de Wortel maar één getalmerk heeft, kan de Taerling niet meer hebben dan drie getalmer-

 ken,

ken. Dus heeft de Taerling van 9 (zynde 729) maar drie getalmerken, en al was het, dat 'er een Breuk by kwam, zoude de Taerling van dit zamengestelde getal maar drie geheele letters hebben; gelyk de Taerling van 9, 9, is maar 970, 299. Op dezelfde wyze blykt het, dat, als de Wortel 2 getalmerken heeft, de Taerling wel minder, maar geen meer kan hebben dan zes, en dat, als de Wortel uit drie getalmerken bestaat, de Taerling niet meer kan hebben, dan negen getalmerken. Aan de andere kant, als een getal uit zes getalmerken bestaat, kan deszelfs taerlingsche Wortel niet meer hebben dan twee getalmerken, enz.

§. XXXVI.

Om te begrypen, hoe een Taerling gebooren wordt, en uit welke deelen hy bestaat, wanneer de Wortel meer dan één getalmerk heeft, moet men den Wortel mede in twee deelen verdeeld rekenen. Als hy uit twee getalmerken is zamengesteld, bestaat het ééne deel uit éénheden en het andere uit tientallen. By voorbeeld, 12 (wiens Taerling is 1728) kan ook hier (zo wel als in de Verhandelinge van de vierkante Wortel-trekkinge (§. XXIV.)) geschreeven worden 10+2. Als men nu acht geeft, dat het Vierkant van dit getal bestaat uit het Vier-

kant

kant van het eerste deel ($= 10$); uit 2 maal de Uitkomst der vermenigvuldiginge van het eerste door het tweede ($= 2 \times 10 \times 2 = 40$), en uit het Vierkant van het tweede deel, zo dat $100 + 40 + 4 = 144$ het Vierkant is van 12; als men hier by overweegt, dat dit Vierkant, of $10 \times 10 + 2 \times 2 \times 10 + 2 \times 2$ moet vermenigvuldigd worden door den Wortel $10 + 2$, vindt men, dat de Taerling van 12 bestaat uit $10 \times 10 \times 10 + 3 \times 2 \times 10 \times 10 + 3 \times 2 \times 2 \times 10 + 2 \times 2 \times 2 = 1000 + 600 + 120 + 8 = 1728$.

Als men het eerste deel van den Wortel noemt a en het tweede deel b, is de Taerling van $a + b$ gelyk aan $a^3 + 3aab + 3abb + b^3$.

Dus is de Taerling zamengesteld 1°. uit den Taerling van het eerste deel; 2°. uit driemaal de Uitkomst der vermenigvuldiginge van het Vierkant des eersten deels door het tweede deel der Wortel; 3°. uit driemaal de Uitkomst der vermenigvuldiginge van het eerste deel door het Vierkant van het tweede; 4°. uit den Taerling van het tweede deel.

§. XXXVII.

Als de Wortel bestaat uit drie getalmerken, kan men denzelven wederom in twee deelen gedeeld rekenen; het éene deel bevat de tientallen, honderdtallen, enz: het tweede bevat de

éénheden. De Wortel 123 van het getal 1860867 kan gerekend worden zamengeſteld te zyn uit 120 en uit 3, zo dat 1860867 gelyk is aan 1728000 + 3 × 14400 × 3 + 3 × 120 × 3 × 3 + 27 = 1728000 + 129600 + 3240 + 27, gelyk door zamentellinge blykt. Om dan den Taerling te hebben van het eerſte deel, moet men den weg inſlaan, die in §. XXXVI. is aangeweezen.

§. XXXVIII.

Uit deezen oorſprong en zamenſtellinge der Taerlingen, zal men met weinig moeite den weg vinden, om uit een voorgeſteld getal den taerlingſchen Wortel te trekken. Men neeme het laatſte getal 1860867 tot een voorbeeld, en men gaa daar mede op de volgende wyze te werk

	1	860	865	123 W.
	1			
Deeler 33		6		
		12		
		8		
		132	867	
Deeler		43	56	
		129	6	
		3	24	
			27	
		132	867	
overſchot		000	000	

I. Men deele het getal in perken op zodaanig een wyze af, van de rechterhand beginnende, dat in ieder van dezelven drie getalmerken komen te ſtaan; alleen kan het laatſte naa de linkerhand wel maar twee, of ook, maar één ontfangen; in welk laatſte geval het eerſte getalmerk van den Wortel naa de linkerhand 1 of 2 moet zyn. Uit het getal der perken kan men opmaaken, uit hoe veele getalmerken de taerlingſche Wortel moet beſtaan.

II. Men zoekt den grootſten Taerling, die in dit laatſte perk na de linkerhand begreepen is; deeze is hier 1; welke, van 1 afgetrokken, niets overlaat: de Wortel, die ook 1 is, wordt geplaatſt by W. als zynde het eerſte getalmerk aan de linkerhand van den gezogten Wortel.

III. Men neemt het Vierkant van dit gevonden gedeelte en men vermenigvuldigt het door 3; men neemt ook het driedubbeld van dat zelfde gedeelte en plaatſt het naaſt het voorige getal 3, waar door men bekomt 33, (of 330000) als Deeler. Hier door deelt men 86 (of 860000), en men bekomt, als hoeveelſte, 2; dit getal wordt dan by W, naaſt 1, naa de rechterhand geſteld, als de tweede letter van den Wortel.

IV. Het laatſtgevonden deel 2, vermenigvul-

digd door driemaal het Vierkant van het eerste deel (3 × 1), maakt 6; het Vierkant van het laatstgevonden deel (= 2 × 2), vermenigvuldigd door driemaal het eerste deel, maakt 12; eindelyk de Taerling van het tweede deel 2 × 2 × 2 = 8. Deeze drie uitkomsten op deeze wyze geplaatst, (wegens de beteekenisse der getalmerken)

$$\begin{array}{r} 6 \\ 12 \\ \underline{8} \end{array}$$

maaken uit 728, welke somme moet afgetrokken worden van 860; het overschot = 132 wordt gevoegd by de getalmerken van het eerste Perk 867, wanneer het deeltal is 132867.

V. Het Vierkant van 12 (dat nu als het eerste deel van den Wortel wordt aangemerkt) moet men door drie vermenigvuldigen, en men vindt 432; men vermenigvuldigt ook den Wortel 12 door 3, en men heeft 36; indien men deeze twee uitkomsten plaatst als in N°. II.

$$\begin{array}{r} 432 \\ \underline{36} \end{array}$$

vindt men 4356, welk getal de Deeler is, waar door 132867, met weglaatinge van het laatste getalmerk aan de rechterhand, dat is, 13286, moet gedeeld worden. Men wordt ontwaar, dat 4356 daar 3 maalen in begree-

pen

pen is, en men ſtelt 3 in W naa de rechterhand van 12.

VI. Als men dit getal 3 vermenigvuldigd door 12 × 12 × 3 = 432, vindt men 1296. Als men het Vierkant van 3 = 9 vermenigvuldigt door driemaal het eerſte deel van den Wortel, dat is, door 36, bekomt men 324; als men den Taerling zoekt van het laatſtgevonden deel der Wortel, vindt men 27; als men eindelyk deeze drie uitkomſten plaatſt op deeze wyze; 1296

324

27

is de ſomme 132867.

Als men deeze ſomme aftrekt van het deeltal in N°. IV. naamelyk, 132867, blyft 'er niets over, en de gezogte Wortel is waarlyk 123. Indien 'er iet was overgeſchooten, zoude zulks een teken geweeſt zyn, dat het getal geen volkomen of juiſte Taerling is.

Op dezelfde wyze trekt men den taerlingſchen Wortel uit 961504803

	961	504	803	987 W
$9 \times 9 \times 9 =$	729	000	000	
	232	504	000	
Deeler	24	570	000	
$9 \times 9 \times 3 \times 8 =$	194	400	000	
$8 \times 8 \times 3 \times 9 =$	17	280	000	
$8 \times 8 \times 8 =$		512	000	
	212	192	000	
	20	312	803	
Deeler	2	884	140	
$98 \times 98 \times 3 \times 7 =$	20	168	400	
$7 \times 7 \times 3 \times 98 =$		144	960	
$7 \times 7 \times 7 =$			343	
	20	312	803	
Overschot	00	000	000	

§. XXXIX.

Uit het geen over den vierkanten Wortel gezegd is (§. XXX-XXXII.) kan men ligt opmaaken, hoe men moet te werk gaan, als 'er by een geheel getal een tientallige Breuk gevoegd is, of ook als 'er uit een tientallige Breuk de taerlingsche Wortel moet worden getrokken, of eindelyk, als het getal, waar uit de Wortel moet worden gevonden, geen volmaakte Taerling is, en dus *door aannaderinge* het werk moet worden verricht. Overal hebben dezelfde regels plaats, die omtrent geheele getallen zyn voorgeschreeven, als men maar acht geeft op de waare betekenisse der getalmerken, zo als die

uit

uit derzelver plaatsen kennelyk is. Doch het is onnoodig, hier breedvoeriger over te handelen, dewyl dit verdrietige werk met onvergelykelyk minder moeite en tyds-spillinge verricht wordt door de *Logarithmen* of Kunsttallen.

III. HOOFDSTUK

Over de Logarithmen, of Kunsttallen.

§. XL.

Als 'er vier getallen zyn, waar van het eerste zo dikwyls vervat is in het tweede, als het derde vervat is in het vierde, zyn deeze getallen in *eene Meetkundige evenredigheid* tot malkander. By voorbeeld, 2 is tot 4, als 3 tot 6, of ook $4 : 2 = 6 : 3$. Maar als 'er drie getallen zyn, waar van het eerste zo dikwyls vervat wordt in het tweede, als het tweede begreepen is in het derde, of ook, als het eerste zo dikwyls het tweede bevat, als het tweede het derde, zyn die drie getallen *in eene aaneengeschakelde Meetkundige evenredigheid*; zodaanige zyn 2, 4 en 8, dewyl 2 tweemaal in 4, en 4 tweemaal in 8 begreepen is. Dus ook 12, 6 en 3 zyn in zodaanige aaneengeschakelde evenredigheid,

 de-

dewyl 12 tweemaal 6 bevat, gelyk 6 tweemaal 3.

§. XLI.

Als 'er vier getallen in eene Meetkundige evenredigheid zyn, die niet aaneengeschakeld is, (zo dat 'er alleen gezien wordt op de gelykheid, die 'er is tusschen de reden, welke plaats heeft tusschen het eerste en tweede, en tusschen die geene, welke bevonden wordt tusschen het derde en vierde getal, zonder te letten, welk een reden 'er is tusschen het tweede en het derde getal) is altoos de uitkomst der vermenigvuldiginge van het eerste met het vierde, gelyk aan de uitkomst der vermenigvuldiging van het tweede met het derde getal: dus is $2 \times 6 = 4 \times 3$. Maar als 'er drie getallen zyn in eene aaneengeschakelde evenredigheid, gelyk 12, 6 en 3, is altoos $12 \times 3 = 6 \times 6$; het geen van zelfs uit het gezegde voortvloeit; zo dat de uitkomst der vermenigvuldiginge van het eerste met het derde steeds gelyk is aan het Vierkant van het middelste. Als men het eerste getal a noemt, het tweede b, het derde c, zo is $ac = b^2$. Op dezelfde wyze is $a : a^2 = a^2 : a^3$ zynde $a \times a^3 = a^2 \times a^2$.

§. XLII.

§. XLII.

Een *reex van Meetkundige evenredige getallen* is een reex van getallen, waar van het eerste zo dikwyls bevat is in het tweede, als het tweede in het derde; en het derde zo dikwyls in het vierde, als het vierde in het vyfde, enz: zo is $2:4 = 4:8 = 8:16 = 16:32 = 32:64$; en $1:3 = 3:9 = 9:27 = 27:81$, enz: zo dat 2, 4, 8, 16, 32, 64; als mede 1, 3, 27, 81, enz: in een reex zyn van Meetkundige evenredigen.

En in het algemeen, als $a^0 d : a^1 d = a^1 d : a^2 d = a^2 d : a^3 d = a^3 d : a^4 d = a^4 d : a^5 d$ enz. zyn $a^0 d\ (= d)$, $a^1 d$, $a^2 d$, $a^3 d$, $a^4 d$, $a^5 d$, enz. in eene Meetkundige reex, of in een reex van Meetkundige evenredigen; en als $d = 1$ (gelyk men voor d alle mogelyke getallen kan stellen) zyn $1, a^1, a^2, a^3, a^4, a^5$, enz. een reex van Meetkundig evenredige grootheden, die door hunne *Vermogen-tekens*, *Wyzers*, of *Exponenten* 1, 2, 3, 4, enz. van malkander onderscheiden zyn.

§. XLIII.

Als men dus eene Meetkundige reex op het allereenvouwdigste beschouwt, ziet men aanstonds, dat, als twee van de leden met malkander vermenigvuldigd worden, gelyk a^2 $(= aa)$ met a^3 $(= aaa)$, de uitkomst is a^5 $(= aaaaa)$; zo dat de uitkomst het vermogen-teken 5 heeft, het welk zamengesteld is uit de vermogen tekens (2 en 3) van de leden, die met malkander vermenigvuldigd zyn. Dus is ook $a^4 \times a^5 =$ [illegible] $= a^{4+5}$. Als men dan wil bepaalen, welk lid van zodaanig een reex gelyk is aan de *uitkomst* der vermenig-

nigvuldiginge van twee gegeeven leden met malkander, heeft men alleen maar het lid te neemen, wiens vermogen-teken gelyk is aan de somme der vermogen-tekens in de twee leden, die met malkander vermenigvuldigd worden, gelyk het *Hoeveelste* (*Quotiens*), dat uit de deelinge van het eene lid door het ander, voortkomt, bepaald wordt ten opzigt van zyn vermogen-teken, door aftrekkinge van het éene vermogen-teken van het andere. Dus is a^5, gedeeld door a^2, gelyk aan $a^3 = a^{5-2}$.

§. XLIV.

Als men een Lid of Term van een Meetkundige reex tot zyn tweede, derde, vierde, of eenig ander vermogen (dat men in het algemeen door n kan uitdrukken) wil verheffen, moet men alleen het vermogen-teken, of den Wyzer van dat Lid vermenigvuldigen door 2, 3, 4, of in het algemeen door n. Dus is het derde vermogen, of de Taerling van a^4 gelyk aan $a^{4\times3} = aaaaaaaaaaaa = a^{12}$. Het vermogen n van a^4 is a^{4n}.

§. XLV.

Aan de andere kant, als men den vierkanten, taerlingschen, of eenigen anderen Wortel wil trekken uit eenig lid van eene Meetkundige reex, is 'er niet anders noodig, dan dat men het vermogen-teken of Wyzer van dat Lid deele door 2. of 3, of eenig ander getal, dat den aard van den begeerden Wortel uitdrukt. Dus is de vierkante Wortel uit a^6 gelyk aan $a^{\frac{6}{2}} = a^3$; de taerlingsche Wortel uit a^3 is $a^{\frac{3}{3}} = a$, die uit a^4 is $a^{\frac{4}{3}} = a^{1\frac{1}{3}}$; de n^{ste} Wortel uit a^5 is $a^{\frac{5}{n}} = \sqrt[n]{a^5}$.

§. XLVI.

§. XLVI.

Uit deeze eenvouwdige beginselen kan men nu den aard der *Logarithmen* opmaaken; dewyl deeze niets anders zyn dan eene reex van Kunst-tallen, welke zodaanig geplaatst is tegen over eene natuurlyke reex van getallen, dat de zamentellinge van die Kunst-tallen overeenkome met de vermenigvuldiginge der getallen, tot welken zy behooren. Als men onder een reex van getallen, in eene aaneengeschakelde Meetkundige evenredigheid op malkander volgende, en van 1 beginnende, een reex van getallen schryft, die in eene rekenkundige evenredigheid voortgaan, zullen deeze de *Logarithmen* van de daar bovenstaande leden vertoonen; en zo de rekenkundige reex van 0 begint, en met 1 opklimt (gelyk in de natuurlyke getallen), zo zyn deeze de Wyzers, of Vermogen-tekens der daar bovenstaande leden:

De Meetkundige reex zy $1 . a^1, a^2, a^3, a^4, a^5, a^6$ enz.
De Rekenkundige reex zy 0. 1, 2, 3, 4, 5, 6 enz.
Voor de Meetkundige reex kan men alle gemeene getallen stellen, die in de bepaalde reden voortloopen; gelyk

1. 10. 100. 1000. 10000. 100000. 1000000 enz.
dat is, $10^0. 10^1. 10^2. 10^3. 10^4. 10^5. 10^6$ enz.
0. 1. 2. 3. 4. 5 6 enz.

In dit laatste voorbeeld (het welk, dewyl hier $a = 10$ is, als byzonder moet aangemerkt worden, in betrekkinge tot het naastvoorgaande, dat door letteren is uitgedrukt) is $10^0 = 1$, (om dat $\frac{10^1}{10^0} = 10^{1-0} = 10$, gelyk $\frac{10}{1} = 10$), en 0 is de *Logarithmus* van $10^0 = 1$,

2 is

2 is de *Logarithmus* van $10^2 = 100$, komende dus de *Logarithmen* over een met de Wyzers der bovenstaande leden van de Meetkundige reex.

§. XLVII.

Dus (§. XLVI.) heeft men wel de *Logarithmen* van de getallen, die Leden zyn van deeze Meetkundige reex, op zodaanig een wyze voortloopende, dat het volgende Lid altyd tienmaal grooter is dan het voorgaande, of dat een iegelyk Lid, door het naastvoorgaande gedeeld zynde, steeds 10 uitlevert. Evenwel is het noodig, dat men ook de *Logarithmen* hebbe van 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 en van 11 tot 99 ingeslooten en zo vervolgens; men onderstelt derhalven, dat 'er tusschen 1 en 10 een groot getal leden zyn, naamelyk, 10000000 of 100000 00000; dat 'er ook zo veele leden zyn tusschen 10 en 100, tusschen 100 en 10000, en zo vervolgens; voorts neemt men voor den Wyzer of het Vermogen-teken van 10, niet slegts 1, maar 1, 0000000, of 1, 00000 00000; voor den Wyzer of het Vermogen-teken van 100 stelt men 2, 0000000, of 2, 00000 00000, enz. schoon men kortheids halve alleen schryft 10^1, 10^2, en voor de *Logarithmen* somtyds stelt 1, 2, enz. zo dat de beide reexen op deeze wyze begreepen worden

$$1 \quad 10^{1,0000000} \quad 10^{2,0000000} \quad 10^{3,0000000} \text{ enz.}$$
$$0.0000000 \quad 1,0000000 \quad 2,0000000 \quad 3,0000000 \text{ enz.}$$

§. XLVIII.

Dus zyn alle de *Logarithmen* van de getallen, die in een tienvouwdige reden opklimmen, zonder

der Breuken; en ieder *Logarithmus* heeft zo veele éénheden, als het getal, waar toe hy behoort, nullen bezit. Doch de getallen tusschen 1 en 10, tusschen 10 en 100, tusschen 100 en 1000, verkrygen dus gebrooken getallen, of geheele getallen met daar aan gehechte tientallige Breuken tot hunne *Logarithmen*, en *daar zyn zo veele volle éénheden in den Logarithmus, als 'er getalmerken zyn in het getal, waar toe hy behoort, min één.* Dus is de *Logarithmus* van 10: 1; de *Logarithmus* van 100 (dat dus met drie getalmerken geschreeven wordt) is 2, enz. en het geheele getal van den *Logarithmus* van 20, byvoorbeeld, is 1; gelyk ook het geheele getal van den *Logarithmus* van 99 is 1, doch de tientallige Breuken by 1 gevoegd voor de *Logarithmus* van 20, zyn 0, 3010300, en by die van 99, zyn 0, 9956352.

§. XLIX.

Hierom wordt het geheele getal van den *Logarithmus deszelfs Wyzer*, of *het Ken-tal* genoemd, dat altoos bekend wordt uit de beschouwinge van het getal der getalmerken, die in het getal, waar toe de *Logarithmus* behoort, bevat zyn: aan de andere kant leert men uit dit Kental, hoe veele geheele getalmerken in het getal zyn, waar toe de *Logarithmus* behoort. Als,

by

by voorbeeld, de *Logarithmus* 2, 0913152 voorkomt, ziet men uit den Wyzer 2, dat 'er drie geheele getalmerken zyn, en dat het getal is 123, 4. Indien de *Logarithmus* bevonden was 0, 0913152, zoude 'er maar één geheel getalmerk geweest zyn, naamelyk 1, 234. Maar zo de *Logarithmus* was — 1, 0913152, zoudè het getal een tientallige Breuk zyn, naamelyk, 0, 1234: want zo de Logarithmus van de éénheid is 0, 0000000, zo moet noodzaakelyk het getal, dat tot een *Logarithmus* behoort, wiens Wyzer minder is dan nul, kleinder zyn dan één, en dus een Breuk. Dus behoort de *Logarithmus* — 2, 0913152 tot de Breuk 0, 01234, enz. Echter hebben de meeste hedendaagsche Wiskundigen de gewoonte van in zulk een geval, in de plaats van — 1, te schryven 9, (neemende dan voor den *Logarithmus* van 1, niet 0, maar 10, voor dien van 10, niet 1, maar 11, enz.); dus ook voor — 2, 0913152 schryft men 8, 0913152; het geen veeltyds een groot gemak toebrengt; daar de oude, of eerstgemelde wyze van uitdrukken, zomtyds groote zwaarigheden onderhevig is.

§. L.

Als de *Logarithmus* van 10 is 1, 0000000, moeten de *Logarithmen* van alle getallen, die klein-

kleinder zyn dan 10, noodzaakelyk kleinder zyn dan 1: gelyk dan tusschen 1 en 10. 9999999 Meetkundige middel-evenredige worden ingeschooven; zo moeten tusschen 0 en 1 ook 9999999 rekenkundige middel-evenredige, als in gelast worden voor de *Logarithmen* van de bovenstaande leden der Meetkundige reex: de Leden van de beide reexen staan dan op deeze wyze

$10^{0,0000000}$. $10^{0,0000001}$. $10^{0,0000002}$.

0, 0000000. 0, 0000001. 0, 0000002.

$10^{0,0000003}$. $10^{0,0000004}$ enz.

0, 0000003. 0, 0000004 enz.

Onder deeze 9999999 Leden, die tusschen 1 en 10 invallen, moet 'er één zyn, dat of 2 uitmaakt, of zeer naa daar by komt; daar moet 'er één onder die allen zyn, dat of gelyk is aan 3, of zo naa aan drie nadert, dat het, zonder eenig gevaar voor mistasten, de plaats van 3 kan inneemen. Men heeft dus door herhaalde worteltrekkingen, en door het vinden van een menigte rekenkundige middel-evenredigen ontdekt, dat $10^{0,3010300}$ gelyk is aan 2, en dat dus den *Logarithmus* van 2 is 0, 3010300; dat $10^{0,4771213}$ gelyk is aan 3, en dat dus voor den *Logarithmus* van 3 komt 0, 4771213, enz. schoon dit alles in deeze tyden, door de *Fluxie*-rekeningen, met onvergelykelyk minder moeyte

 en

en omslag wordt bepaald. Dit zy hier ter plaatse genoeg van den aard der *Logarithmen*, daar wy alleen maar het allereenvouwdigste van deeze Kunsttallen moeten beschouwen, met agterlaatinge van alle fyne bespiegelingen, voor zo verre een Wynroeyer met geen gerustheid, en zonder gevaar van groote misslagen te begaan, door dezelve kan werken, indien hy niet eeniger maaten onderrecht is van derzelver natuur, en alleen maar blindelings de regels volgt, welken ik nu omtrent derzelver heilzaam en menigvuldig gebruik zal voorstellen.

§. LI.

Men ziet in het algemeen uit het reeds gezegde (§. XLIII.), dat, als twee getallen met malkander vermenigvuldigd moeten worden, alleen de *Logarithmen* van die getallen by malkander worden geteld, wanneer de somme de *Logarithmus* van de *Uitkomst* uitlevert. Als 123 vermenigvuldigd moet worden door 456, neemt men den *Logarithmus* van 123, welke is 2. 0899051, en men telt denzelven by 2. 6589648 (de *Logarithmus* van 456), de somme 4. 7488699 is de *Logarithmus*, welke by 56088 in de Tafelen gevonden wordt; zynde dit getal de gezogte uitkomst der vermenigvuldiginge.

§. LII.

§. LII.

Uit het boven gezegde (§. XLIII.) blykt het ook, dat men *het Hoeveelste* vindt, dat door deelinge van een getal door een ander gebooren wordt, als men den *Logarithmus* van den Deeler aftrekt van den *Logarithmus* van het Deeltal; door dien het overschot de *Logarithmus* van het hoeveelste is. Als 209934 moet gedeeld worden door 321, trekt men den *Logarithmus* van 321 (zynde 2. 5065050) van 5. 3220828 (de *Logarithmus* van 209934); het overschot 2. 8155778 is de *Logarithmus* van 654, zynde het hoeveelste, dat men door deelinge zoude bekomen.

§. LIII.

Dus wordt de Deelinge veranderd in eene Aftrekkinge, gelyk de Vermenigvuldiging veranderd wordt in eene Zamentellinge; en derhalven wordt *de regel van drien* hier door tot eene groote eenvouwdigheid gebragt; nademaal het vierde getal (om dat 'er eene Meetkundige evenredigheid plaats heeft (§. XL.), waar in het eerste getal, vermenigvuldigd door het vierde, gelyk is aan het tweede, vermenigvuldigd door het derde) gevonden wordt, als men de uitkomst der vermenigvuldiginge van het tweede met het derde deelt

door het eerste getal; zo dat hier niets anders te doen is, dan de *Logarithmen* van het tweede en derde getal by malkander te tellen, en van de somme af te trekken den *Logarithmus* van het eerste getal. Als 'er gevraagd wordt, hoe veele Stoopen 64 geeven, als 100 geeven 32; is 100 het eerste getal, 32 het tweede en 64 het derde; derhalven moet de *Logarithmus* van 32 (zynde 1. 5051500) geteld worden by den *Logarithmus* van 64 (zynde 1. 8061800); van de somme 3. 3113300 moet afgetrokken worden 2. 0000000, de *Logarithmus* van 100; het overschot 1. 3113300 is de *Logarithmus* van 20, 48, juist het zelfde, als of men 32 vermenigvuldigd had door 64, en de uitkomst 2048 gedeeld door 100. En deeze handelwyze is des te gemakkelyker, om dat dezelve algemeen is, en niet gebonden aan geheele getallen, daar *de regel van driën in het gebrooken* langwylige berekeningen vereischt, die onderhevig zyn aan mistastingen. By voorbeeld, als 100 geeven 32, 1098, hoe veel geeven 63, 456? De *Logarithmus* van 32, 1098 is 1. 5066376; de *Logarithmus* van 63, 456 is 1. 8024727; de somme van beiden is 3, 3091103; als men hier van aftrekt den *Logarithmus* van 100, zynde 2. 0000000, blyft 'er 1, 3091163 over, het welk in de Tafelen gevonden wordt te zyn de *Lo-*

Logarithmus van 20, 3756, het welk het gezogte vierde getal is.

§. LIV.

Dewyl een Vierkant een getal is, dat geboren wordt uit de vermenigvuldiginge van een getal door zig zelfs (§. XXII.), en een Taerling een getal, dat voortgesprooten is uit de vermenigvuldiginge van het Vierkant van een getal door het getal zelf; of door tweemaal een getal door zig zelf te vermenigvuldigen (§. XXXIV.), zo ziet men, dat de *Logarithmus* van een Vierkant gevonden wordt, als men den *Logarithmus* van deszelfs Wortel verdubbelt; en dat de *Logarithmus* van een Taerling, of een Taerlings-getal gevonden wordt, als men den *Logarithmus* van deszelfs Wortel vermenigvuldigt door drie; en zo vervolgens in hoogere vermogens; zo dat de *Logarithmus* van den Wortel altoos vermenigvuldigd wordt door het vermogen-teken, of den Wyzer van het Vermogen, waar toe het getal moet worden verheven. Als men het Vierkant wil hebben van 234, vermenigvuldigt men deszelfs *Logarithmus* 2. 3692159 door 2, de uitkomste 4. 7384318 is de *Logarithmus* van 54756, het Vierkant van 234. Als men het Vierkant wil zoeken van $2\frac{34}{100}$, of 2, 34, verdubbelt men

den *Logarithmus* van 2, 34, zynde 0, 3692159; de *Logarithmus* 0, 7384318 is die van 5, 4756 $= 5\frac{4756}{10000}$.

Om den Taerling te hebben van 56, vermenigvuldigd men deszelfs *Logarithmus* 1. 7481880 door 3, de Uitkomst 5. 2445640 is de *Logarithmus* van 175616, de Taerling van 56. De Taerling van 5, 6 vindt men, als men deszelfs *Logarithmus* 0, 7481880 vermenigvuldigt door 3, de Uitkomst 2. 2445640, is de *Logarithmus* van 175, 616.

§. LV.

Uit het gezegde (§. LIV. vergeleeken §. XLIII.) is het openbaar, dat men den Wortel van een gegeeven waerde uit een getal kan vinden, als men den *Logarithmus* van het zelve deelt door het vermogen-teken, of wyzer van den Wortel; dat men den vierkanten Wortel ontdekt, als men den *Logarithmus* van het getal deelt door 2; dat men den taerlingschen Wortel vindt, als men den *Logarithmus* deelt door 3 enz: zo dat men door de *Logarithmen* verlost wordt van den lastigen en tydverslindenden arbeid, welken men anders, den gewoonen weg bewandelende, moet besteeden (§. XXXVIII. en XXXIX.). Om de vierkante Wortel te vinden uit 15129, neemt men

men de helfte van deszelfs *Logarithmus* 4. 1798102, zynde 2. 0899051, het welk de *Logarithmus* is van 123; om de vierkante Wortel te hebben uit 1, 5129, neemt men de helfte 0, 0899051 van deszelfs *Logarithmus* 0. 1798102, en men ontmoet in de Tafelen 1, 23 voor den gezogten Wortel. Op een diergelyke wyze is het gesteld met het uittrekken van den Taerling-wortel. Als men den Taerling-wortel wil zoeken uit 1728; deelt men deszelfs *Logarithmus* 3. 2375437 door 3; het hoeveelste 1. 0791812 is de *Logarithmus* van den Wortel 12. Als de Taerling-wortel gezogt wordt uit 1860867, deelt men deszelfs *Logarithmus* 6. 2697153, door 3; het hoeveelste 2. 0899051 is de *Logarithmus* van 123, de juiste Taerling-wortel van 1860867.

§. LVI.

Dit gemak (§. LV.) heeft men niet alleen in het uittrekken van Wortels uit getallen, die waarlyk volkomen Vierkanten, Taerlingen, enz. zyn, maar ook in *het Wortel-trekken door aannaderinge*, het geen anders veel tyds en arbeids vordert (§. XXXII. en XXXIX.). By voorbeeld, 3 is geen vierkant getal; maar men vindt deszelfs Wortel zeer naa, als men den *Logarithmus* van 3 (zynde 0, 4771213) deelt door 2; het hoeveelste 0, 2385606 is de *Logarith-*

mus van 1, 732045 en dit is zeer naa de gezogte Wortel. Dus ook de vierkante Wortel uit 15 wordt gevonden, als men de helfte neemt van deszelfs *Logarithmus* (1. 1760913); dewyl nu deeze helfte is 0, 5880456, zo is de Wortel zeer naa 3, 87298.

Om den Taerling-wortel by aannadering te hebben uit 2, deelt men deszelfs *Logarithmus* 0, 3010300 door 3; het hoeveelste 0, 1003433 is de *Logarithmus* van 1, 25992 zo dat men in veele gevallen voor den Taerling-wortel van 2 kan houden het getal 1, 26 (weinig verschillende van 1, 25992), het welk, tweemaal door zig zelf vermenigvuldigd zynde, geeft 2, 000376.

§. LVII.

Dit alles (§. LIV-LVI.) heeft weinig zwaarigheid, als men te doen heeft met *geheele getallen*, en met *geheele getallen, die tientallige Breuken by zig hebben*; dewyl het uit het voorgaande (§. XLIX.) kan blyken, dat de *Logarithmus* van een gebroken getal dezelfde is, als of het een geheel was, en dat alleen het Ken-tal, of de Wyzer wordt veranderd: weshalven de *Logarithmen*, welke niet in de Tafelen gevonden worden, by die getallen moeten worden gezogt, die tienmaal, honderdmaal, duizendmaal, enz. grooter zyn, dan het Ken-tal aanwyst; dus, als men den *Logarithmus* 0, 9945811 ont-

ontmoet, ziet men, dat het getal, het welk daar mede overeenkomt, tusschen 1 en 10 moet zyn; doch in de Tafelen vindt men aldaar zodaanig een *Logarithmus* niet; maar men ziet hem onder de duizenden, by 9876; derhalven besluit men uit den Wyzer 0, dat het getal is 9, 876. De *Logarithmus* 2, 8368122 vindt men niet onder die geenen, die behooren tot de getallen van 100 tot 999 (gelyk het Kental aanwyst), maar men vindt hem onder die tot de tienduizenden betrekkelyk zyn, by 67891; derhalven moeten de twee agterste getalmerken afgesneeden worden, als tientallige Breuken, zo dat het getal, dat gezogt wordt, is 678, 91.

§. LVIII.

Een weinig meer oplettendheid wordt 'er vereischt, wanneer door middel van de *Logarithmen* de vierkante, of taerlingsche Wortel getrokken zal worden uit een tientallige Breuk. Als men voor den *Logarithmus* van een tientallige Breuk, die met tiende deelen begint (gelyk 0, 123), een ontkennende éénheid (—1) tot Wyzer stelt, zyn alle de getalmerken, die agter het scheid-teken volgen, (0899051) stellig: en men heeft voor de *Logarithmus* van het Vierkant van 0, 123 tweemaal —1, 0899051, of —2, 1798102, waar mede overeenstemt 0, 015129. Als men uit 0,0144 de vierkante Wortel wil trekken, deelt men den *Logarithmus* —2, 1583625 door 2, het hoeveelste

 —1,

—1, 0791812 is de *Logarithmus* van 0, 12. Maar als door de *Logarithmen*, die op deeze wyze zyn uitgedrukt, by voorbeeld, uit 0, 000012167 de Taerling-wortel zal worden getrokken, zoude men den *Logarithmus* van dit getal —5, 0851835, door 3 moeten deelen; doch de Uitkomst zoude niet wel en met vrugt bepaald kunnen worden; nademaal de ontkennende Wyzer, wegens de gesteldheid van het stellige getal, het welk tot de *Logarithmus* van den Wortel behoort, vergroot wordt, zynde —5 in plaats van —6. De Wortel toch is 0, 023; wiens *Logarithmus* is —2, 3617278, welke, door 3 vermenigvuldigd zynde (§. LIV.), —5, 6851835 uitlevert.

§. LIX.

Om deeze belemmeringen voor te komen, hebben de Wiskonstenaars eene andere wyze uitgedagt (§. XLIX.), om de *Logarithmen* van Breuken uit te drukken. Men stelt, namelyk, voor den Wyzer van den *Logarithmus* van één, niet 0, maar 10; voor dien van 10, niet 1, maar 11, enz. Hier door wordt de Wyzer van alle tiende deelen, of van Breuken, die met tiende deelen beginnen, 9 in de plaats van —1; de Wyzer vande *Logarithmen* der Breuken, die met honderdste deelen aanvangen, wordt 8 in de plaats van —2, enz.: weshalven het getal, tot het welk een *Logarithmus* behoort, altoos een Breuk is, wanneer de Wyzer minder is dan 10; en men stelt zo veele nullen voor het gevonden getal, als 'er éénheden zyn in het verschil tusschen 9, en tusschen den gevonden Wyzer. Als men heeft den *Logarithmus* 6, 6589648, en men uit de omstandigheden weet, dat men geen geheele getallen kan verwagten, maar kleine gedeelten van één-

he-

beiden, zo is het getal 0,000456; schoon 6,6589648 ook de *Logarithmus* is van 4560000.

§. LX.

Als men dan den *Logarithmus* moet hebben van eene *gemeene* Breuk, alwaar een kleinder getal, of de Teller, gedeeld wordt door een grooter, of door den Noemer, neemt men voor den Wyzer, die tot den Teller behoort, 10 in de plaats van 0; 11 in de plaats van 1; 12 in de plaats van 2, en men trekt daar van den gewoonen *Logarithmus* van den Noemer. By voorbeeld $\frac{3}{7}$ heeft tot *Logarithmus* 10,4771213 −10.8450980 = 9.6320233, welke behoort tot het getal 0,428571, en als men 3,0000000 (=3) deelt door 7, vindt men ook 0,428571 4+, zo dat op deeze wyze eene gemeene Breuk mede veranderd wordt in een tientallige. De reden, waarom men niet zo wel 10, 8450980 neemt (in de plaats van 0, 8450980) voor den *Logarithmus* van den Deeler, als 10, 4771213 voor den *Logarithmus* van het Deeltal, is deeze: de Deeler is tot het Deeltal, als de éénheid tot het hoeveelste; als dan voor den Wyzer, die tot het Deeltal behoort, genomen wordt 10, in de plaats van 0, en voor den Wyzer, die tot den *Logarithmus* van den Deeler betrekkelyk is, ook 10 gesteld wordt, in de plaats

plaats van 0, moet voor den Wyzer van de éénheid mede genomen worden 10; als men nu (§. LII.) den *Logarithmus* van de éénheid zamentelt by den *Logarithmus* van het Deeltal, en daar van den *Logarithmus* van den Deeler aftrekt, doet men het zelfde, als of men den *Logarithmus* van den Deeler in zyne gewoone vorm laat, en ook den *Logarithmus* van de éénheid, en alleen den Wyzer van den *Logarithmus*, die tot het Deeltal behoort, van 0 in 10 verandert.

§. LXI.

Om vervolgens een recht denkbeeld te hebben van de wyzen, waar op, uit tientallige Breuken, vierkante of taerling-wortels, getrokken worden, door middel van de dus veranderde *Logarithmen*, moet men vooraf nagaan, hoe de Breuken door deezen weg worden vermenigvuldigd en gedeeld. Als men een Breuk door een Breuk zal *vermenigvuldigen*, moet men ook hier derzelver *Logarithmen* zamentellen (§. LI.), maar men moet 10 aftrekken van de somme der Wyzers. Als 0, 0321 door 0, 00654 vermenigvuldigd zal worden, telt men de *Logarithmen* 8, 5065050 en 7, 8155777 te zamen; de somme is 16, 3220827; van den Wyzer 16 trekt men 10 af, het overschot 6, 3220827 is de *Logarithmus* van 0, 000209934.

De

De reden, waarom 10 wordt afgetrokken, is uit het gezegde (§. LX.) af te leiden; nademaal de éénheid is tot den Vermenigvuldiger, als het Vermenigvuldigde tot de Uitkomst; zo dat de *Logarithmus* van de éénheid (wiens Wyzer nu 10 is, in de plaats van 0) moet afgetrokken worden, van de somme der *Logarithmen* van den Vermenigvuldiger en van het Vermenigvuldigde.

§. LXII.

Om het Vierkante, Taerling, of eenig ander Vermogen te vinden van eene tientallige Breuk, moet men wederom den *Logarithmus* van de Breuk vermenigvuldigen door het vermogenteken (§. LIV.), maar van den Wyzer der Uitkomst zo dikwyls 10 aftrekken, als 'er éénheden in het vermogen-teken gaan min één. Als men het Vierkant wil hebben van 0, 0789, vermenigvuldigt men den *Logarithmus* 8, 8970770 door 2, de Uitkomst is 17, 7941540; van den Wyzer deezer Uitkomst trekt men $10 \times 2 - 1 = 10$; het overschot is 7, 7941540, welks getal is 0, 00622521. Als men den Taerling wil hebben van deeze zelfde Breuk, vermenigvuldigt men den *Logarithmus* van dezelve door 3; de uitkomst is 26, 6912310; van den Wyzer 26 trekt men af $10 \times 3 - 1 = 20$; het overschot 6, 6912310

toont

toont aan, dat de gezogte Taerling is 0, 000491170069.

§. LXIII.

Als een Breuk door een Breuk zal *gedeeld* worden, moet de Wyzer van den *Logarithmus* van het Deeltal met 10 worden vergroot, en dan de *Logarithmus* van den Deeler afgetrokken worden van deezen veranderden *Logarithmus*; het overschot zal de *Logarithmus* zyn van het hoeveelste. Om het hoeveelste te hebben, dat voortkomt uit de Deelinge van, 0, 000209934 door 0, 0321, voegt men 10 by den Wyzer van het Deeltal, en men heeft 16, 3220827; men trekt hier af de *Logarithmus* van 0, 0321, (naamelyk 8, 5065050) het overschot 7, 8155777 is de *Logarithmus* van het hoeveelste 0, 00654: want de Deeler is tot de éénheid, als het Deeltal tot het hoeveelste; derhalven (§. LIII.) moet de *Logarithmus* van de éénheid (zynde nu 10. 0000000) zamengeteld worden by den *Logarithmus* van het Deeltal, enz.

§. LXIV.

Dit alles vooraf gesteld zynde (§. LVIII-LXIII.) zal het gemakkelyk vallen, om den Wortel (van welke trap dezelve ook zyn moge)

moge) uit eene Breuk te trekken; dewyl hier het tegenstelde plaats heeft, van het geen verricht wordt, als een Breuk tot een gegeeven Vermogen wordt verheven. Men voegt, naamelyk, by den Wyzer van den Wortel 10, vermenigvuldigd door het Vermogen-teken min één, en men deelt den *Logarithmus* dus veranderd zynde, door het Vermogen-teken zelf; het hoeveelste is de *Logarithmus* van den Wortel. Als de vierkante Wortel zal getrokken worden uit 0, 0144 (§. LVIII.), doet men by den Wyzer van den *Logarithmus* 8, 1583625 het getal 10, vermenigvuldigd door 2 − 1 = 1; de somme 18, 1583625 deelt men door 2; het hoeveelste is 9, 0791812; welks getal is 0, 12. Als de Taerling-wortel zal getrokken worden uit 0, 000012167 (§. LVIII.) doet men 10 × 3 − 1 = 20 by 5, 0851835; de somme 25, 0851835 deelt men door 3; het hoeveelste 8, 3617278 is de *Logarithmus* van 0, 0123.

De reden van deeze bewerkinge wordt aanstonds openbaar, als men acht geeft, dat, als de Wortel genoemd wordt W, altyd 1 is tot W, als W tot W^2, en 1 tot W^2, als W^2 tot W^3, en zo vervolgens; derhalven is de *Logarithmus* van W^2 de Uitkomst van de vermenigvuldiginge der *Logarithmus* van W door 2, na dat 'er de *Logarithmus* van 1 (zynde 10, 0000000) van afgetrokken is: dat is, *Log.* W + *Log.* W − *Log.* 1. Dus ook de *Logarithmus* van W^3 is *Log.* W + *Log.* W^2 − *Log.* 1. = *Log.* W + *Log.* W + *Log* W −

Log.

Log. 1 − *Log.* 1 = 3 *Log.* *W* − 2 *Log.* 1. Men vind dan den *Logarithmus* van *W*, wanneer W^2 bekend is, als men eerst den *Logarithmus* van 1 telt by den *Logarithmus* van W^2, en de somme deelt door 2; en men vindt wederom de *Logarithmus* van *W*, als men tweemaal den *Logarithmus* van één telt by den *Logarithmus* van W^3, en men deelt de somme door 3.

IV. HOOFDSTUK.

Over de Meetkundige gronden van het Wynroeyen.

§. LXV.

Het *Rekenkundige*, dat wy in het vervolg noodig zullen hebben, afgehandeld zynde, zullen wy nu kunnen overgaan tot de *Meetkundige* waarheden, waar op de *Wynroeykunde* rust; schoon ik nu eenige dingen als elders betoogd zal moeten onderstellen, dewyl hier geen zamenstel der Meetkunde kan worden voorgedragen, echter zal ik de hoofdzaakelyke gronden opgeeven, waar van een Wynroeyer en Peilder, als hy met onwankelbaare schreeden in het oeffenen van zyn Kunst zal voortgaan, niet geheel onkundig moet zyn.

§. LXVI.

§. LXVI.

De bodems en de omtrekken van de Vaten zyn doorgaans *cirkelvormig*, zomtyds *langwerpig rond*, of *elliptisch*, gemeenlyk *ovaal* genoemd. Een *Cirkel* kan aangemerkt worden, als een veelhoekig vlak, dat een oneindig getal van zyden heeft, die alle even groot, doch oneindig klein zyn; en derhalven kan al het geene omtrent de Veelhoeken by de Meetkundigen betoogd wordt omtrent derzelver inhoud, ook op de Cirkels, ten opzigt van hunnen inhoud, toegepast worden. Gelyk dan een geregelde Veelhoek gelyk is aan een Driehoek, wiens grondslag gelyk is aan de somme der zyden, of aan den geheelen omtrek, en wiens hoogte gelyk is aan de rechte lyn, die rechthoekig uit deszelfs middelpunt valt op ééne van deszelfs zyden, zo is ook de inhoud van een cirkel gelyk aan een driehoek, wiens grondslag is de omtrek van den cirkel, en wiens hoogte is deszelfs straal of halve middellyn, die steeds rechthoekig staat op den omtrek. ***Derhalven wordt de inhoud van een cirkel gevonden, als men deszelfs omtrek vermenigvuldigt door het vierde deel van deszelfs middellyn*** (c); wanneer de inhoud wordt uitgedrukt in vierkantjes, die ieder een deeltje van

(c) *Archimedes* de Circuli dimensione. Prop. 1.

van die geenen tot hun zyde hebben, in welken de middellyn en ook de omtrek zyn verdeeld.

§. LXVII.

Men zoude op deeze wyze (§. LXVI.) den inhoud van een cirkel met de uiterste naauwkeurigheid kunnen vinden, indien deszelfs omtrek op eene Meetkundige wyze konde worden bepaald; of indien men de juiste reden konde vinden, die 'er is tusschen zyn middellyn en tusschen zyn omtrek; maar hier in schiet de Meetkunst te kort, daar alle de poogingen, die tot hier toe zyn in het werk gesteld, om die reden te bepaalen zonder aannadering, vrugteloos zyn geweest. Echter geeft dit niet de minste belemmering in de oeffenende, of toegepaste deelen der Wiskunde, vooral niet in de Wynroey- en Peil-kunde; nademaal men *door aannaderinge* veel nader aan de waarheid kan komen, dan men in de allerfynste bespiegelingen der Oeffenende Wiskunde noodig heeft. In veele gevallen is het genoeg, dat men de middellyn stelt tot den omtrek, als 1 tot 3, 14, of ook als 7 tot 22; als het 'er naauwer op aankomt, kan men neemen 113 tot 355, of 1 tot 3, 141593; om geen fyndere bepaalingen voor te draagen, die hier overtollig zou-

zouden zyn, doch op eene uitmuntende wyze voorgesteld worden door den grooten *Euler* (d).

§. LXVIII.

Als dan de middelyn van een Cirkel bekend is, kan men zeer gemaklyk deszelfs omtrek en inhoud vinden, als men tot 7, 22 en de gegeeven middellyn, of tot 1, 3, 141593 en de gegeeven middelyn een vierde evenredige zoekt, en deeze vermenigvuldigt door een vierde deel van die middelyn. Als de middelyn, by voorbeeld, is 20 duim, is de omtrek 62, 83186; dewyl 1 : 3, 141593 = 20 : 62, 83186; of zo men de middelyn stelt tot den omtrek als 7 tot 22. is de omtrek 62, 857; het verschil is niet groot, en in de meeste gevallen, die in het Wynroeyen voorkomen, van weinig belang. De inhoud is volgens de eerste rekeninge 62, 83186 $\times \frac{20}{4} =$ 314, 1593 vierkante duimen, en volgens de laatste 62, 857 $\times \frac{20}{4} =$ 314, 285 vierkante duimen, het verschil is maar van 0, 1257 van een vierkanten duim.

§. LXIX.

Men kan ook op eene andere wyze te werk gaan, die echter teffens op de gelegde gronden rust.

(d) In Comment. Petrop. Tom. IX. p. 222. seqq.

Het is bekend (e), dat alle gelykvormige veelhoeken tot malkander ſtaan, als de vierkanten van de gelykvormige zyden; nu kan men de Cirkels houden voor veelhoeken, die een oneindig getal van oneindig kleine zyden hebben (§. LXVI.), alle welke evenredig zyn aan de middellynen; derhalven ſtaan de Cirkels, of derzelver inhouden tot malkander, als de vierkanten van hunne omtrekken, of ook als de vierkanten van hunne middellynen. Als dan de middellyn van een Cirkel gelyk is aan 2, of de halve middelyn gelyk is aan 1, zo is de omtrek gelyk aan 3, 141593 × 2 = 6, 283186: als men deezen omtrek vermenigvuldigt door het vierde deel van de middelyn (naamelyk $\frac{1}{2}$ of 0, 5) vindt men voor den inhoud van een Cirkel, wiens ſtraal, of halve middelyn gelyk is aan 1, het getal 3, 141593. Als men dan den inhoud wil hebben van een Cirkel, wiens middelyn zo duimen is, of wiens halve middellyn is 10 duim, ſtelt men $1^2 : 10^2 = 3, 141593 : 314, 1593$, zo als boven (§. LXVIII.) Als de inhoud gezogt wordt van een Cirkel, wiens halve middellyn is 10,44, vindt men 342,413 vierkante duimen, dewyl *Log.* $\overline{10,44}^2$ + *Log.* 3, 141593 − *Log.* 1. is 2,0374010 + 0,4971500 = 2,5345510, waar mede het getal 342, 413 overeenſtemt.

§. LXX.

(e) *Euclides* VIde Boek 20ſte Voorſtel.

men kan ook de middell… kunnen ſtellen tot de cirkel als 1 : 3,1416. en als den ſtaat tot den … middellyn tot de inhoud van de cirkel als 1 : 0,7854. …

§. LXX.

Als 'er twee evengroote Cirkels AE en FB aan malkander evenwydig zyn op zodaanig een' wyze, dat de lyn CD, welke derzelver middelpunten zamenhecht, rechthoekig staat op de vlakken der beide Cirkels, en een rechte lyn AB wordt bewogen op zodaanig een wyze langs de omtrekken van dezelven, dat zy den gantschen omtrek doorloopt; steeds aan zig zelve evenwydig blyvende, zoo is het lighaam EABF, dat hier door gebooren wordt, een *rechte Rol*, of *rechte Cylinder*. Indien de lyn, die de middelpunten der evenwydige en evengroote Cirkels zamenhecht, niet rechthoekig staat op beide de vlakken, is het *een scheeve Rol*, of *scheeve Cylinder*; doch deeze komen in het Wynroeyen en Peilen weinig in aanmerkinge. Men kan ook de geboorte van een rechten, of rechthoekigen *Cylinder* zig verbeelden door de omwentelinge van een rechthoekigen vierhoek ACDB om éénе van zyne zyden DC, of ook door de beweeginge van een cirkel in een rechte lyn, terwyl hy steeds evenwydig aan zig zelf blyft. Fig. 1.

§. LXXI.

Als men op deeze Meetkundige bespiegelinge van de geboorte eenes rechthoekigen Cylinders acht geeft, kan men ligt opmaaken, dat

zou minder omslagtig zyn, als men de middellyn tot den omtrek stelt als 7 : 22 dan is het [illegible] der middellyn tot de omtrek der cirkels als 14 : 11

men den inhoud van zodanigen Cylinder vindt, als men den inhoud van den Cirkel, die hem tot grondslag verstrekt, vermenigvuldigt door deszelfs hoogte, zo dat *verschillende Cylinders, die op gelyke grondslagen rusten, tot malkander staan ten opzigt van hunne lighaamelyke inhouden, als derzelver hoogten.*

Als dan *d* de middelyn is van den grondslag, of van den cirkel, waar op de Rol, of Cylinder rust, en uit welks beweeginge de Cylinder als gebooren is, en de middellyn staat tot den omtrek, als 1 tot *o*, zo is *do* de omtrek van den grondslag; en $do \times \frac{d}{4} = \frac{od^2}{4}$ deszelfs inhoud; als dan de hoogte van den Cylinder gelyk gesteld wordt aan *h*, is de lighaamelyke inhoud van den Cylinder $= \frac{od^2 \times h}{4}$. Als 'er derhalven een andere rol is, die een andere hoogte heeft, welke men *H* kan noemen, maar denzelfden, of een evengelyken grondslag heeft, zal deszelfs lighaamelyke inhoud zyn $= \frac{od^2}{4} \times H$; en derhalven staat de eerste tot den tweeden, ten opzigt van den lighaamelyken inhoud, als $\frac{od^2}{4} \times h$ tot $\frac{od^2}{4} \times H$, dat is, als *h* tot *H*.

§. LXXII.

Als twee Cylinders verschillende grondslagen, maar dezelfde hoogte hebben, staan hunne lighaamelyke inhouden tot malkander, als de inhouder der cirkels, die hun tot grondslagen verstrek-

ſtrekken; en dewyl deeze cirkels tot malkanderen ſtaan, als de vierkanten hunner middellynen (§. LXIX.) *zo ſtaan ook de lighaamelyke inhouden van Rollen, die dezelfde hoogten, maar verſchillende grondſlagen hebben, tot malkander, als de vierkanten van de middellynen der grondſlagen.*

Als de middelyn van den grondſlag des eenen Cylinders genoemd wordt d en die van den anderen D, zo is de lighaamelyke inhoud van den eerſten tot den lighaamelyken inhoud van den laatſten, als $\frac{od^2 \times b}{4}$ tot $\frac{oD^2 \times b}{4}$ dat is als d^2 tot D^2.

Als de hoogten gelyk zyn en de middelyn van den grondſlag in den éénen ſtaat tot den middelyn van den grondſlag in den anderen Cylinder als 1 tot 3, zo is de lighaamelyke inhoud van den eerſten tot den lighaamelyken inhoud van den laatſten, als 1 tot 9.

§. LXXIII.

Als twee Cylinders verſchillende grondſlagen hebben en teffens van verſchillende hoogten zyn, ſtaan derzelver lighaamelyke inhouden tot malkander in de zamengeſtelde reden van de vierkanten der grondſlagen en van de hoogten.

Als de middelyn van den eenen Cylinder is $= d$, van den anderen $= D$, en de hoogte van den eerſten is $= b$, en van den laatſten $= H$, zo is de lighaamelyke inhoud van den eerſten tot den lighaamelyken inhoud

van den anderen, als $\frac{o d^2 \times b}{4}$ tot $\frac{o D^2 \times H}{4}$, dat is, als $d^2 b$ tot $D^2 H$. Als $d = 1$ en $b = 1$, $D = 4$ en $H = 3$, zo is $d^2 b : D^2 H = 1 : 48$.

§. LXXIV.

Als Cylinders *gelykvormige* gedaanten hebben, zo dat de middelyn van den grondslag in den éénen staat tot de middellyn van den grondslag in den anderen, als de hoogte van den eersten staat tot de hoogte van den tweeden, zyn derzelver lighaamelyke inhouden tot malkander als de taerlingen der gelykvormige zyden, dat is, als de taerlingen van de middelynen der grondslagen, of ook als de taerlingen van de hoogten: Dus is de lighamelyke inhoud van den Cylinder *abdc* tot den lighaamelyken inhoud van den Cylinder ABDC, als $\overline{ab}^3$ tot $\overline{AB}^3$, of als of als $\overline{ac}^3$ tot $\overline{AC}^3$.

Want (§. LXXIII.) dewyl de lighaamelyke inhoud van den éénen is tot dien van den anderen, als $d^2 b$ tot $D^2 H$; en hier $d : D = b : H$, zo kan, in de plaats van de reden van b tot H, gesteld worden de reden van d tot D; zo dat de lighamelyke inhouden tot malkander staan als d^3 tot D^3. Om dezelfde reden kan in de plaatse van d^2 gesteld worden b^2, en in die van D^2 kan men stellen H^2 (dewyl $d^2 : D^2 = b^2 : H^2$) derhalven zyn de lighaamelyke inhouden der Cylinders tot malkander als b^3 tot H^3 (f).

Als

(f) *Euclides* XII. B. 12. Voorstel.

Als 'er twee *gelykvormige* Cylinders zyn, van welken de ééne tienmaal hooger is dan de andere, is de hoogste duizend maalen grooter van inhoud dan de laagste.

§. LXXV.

Dit (§. LXXIV.) heeft niet alleen plaats in Cylinders, maar ook in andere gelykvormige lighaamen, welker inhoud altyd evenredig is aan den Taerling der gelykvormige, of evenredige zyden; ja zelfs aan den Taerling der lynen, die op dezelfde wyze in, of op dusdaanige lighaamen worden getrokken: gelyk in de Cylinders *ed* en ED; *bc* en BC, in de andere lighaamen *kb* en KH; *kl* en KL enz. want alle gelykvormige lighaamen kunnen gerekend worden te bestaan uit een gelyk getal van Taerlingen, die alle aan malkander gelyk zyn; maar ieder kleine Taerling in het grootere lighaam staat tot een ieder Taerling in het kleindere, als het grootere lighaam ten opzigt van zynen lighaamelyken inhoud staat tot den lighaamelyken inhoud van het kleindere; dewyl nu deeze kleine Taerlingen tot malkander zyn als de derde vermogens, of Taerlingen van hunne zyden (g), en deeze zyden tot malkander staan, als de zyden der lighaamen, die uit deeze Taerlingen zyn zamengege-

Fig. 2, 3, 4 en 5.

(g) *Euclides* XI. B. 33. Voorstel.

gesteld, zoo zyn ook de lighaamen tot malkander als de Taerlingen van hunne gelykvormige zyden; en deeze zyden zyn mede gelykvormig aan de lynen, die in, of op die lighaamen, op eene gelykvormige wyze, worden getrokken. Als *abcd* en ABCD twee gelykvormige Cylinders zyn, is niet alleen de kleinste tot den grootsten, als $\overline{ab}^3$ tot $\overline{AB}^3$, en als $\overline{ac}^3$ tot $\overline{AC}^3$, maar ook als $\overline{bc}^3$ tot $\overline{BC}^3$, en als $\overline{ed}^3$ tot $\overline{ED}^3$; nademaal $ab : AB = bc : BC$; en $ac : AC = ed : ED$. Dezelfde betooginge heeft plaats, als *fghi* en FGHI andere gelykvormige lighaamen zyn, die niet de gedaante hebben van een Rol, of Cylinder, welker lighaamelyke inhouden tot malkander staan, als $\overline{fg}^3$ tot $\overline{FG}^3$, of als $\overline{fi}^3$ tot $\overline{FI}^3$, of als $\overline{kl}^3$ tot $\overline{KL}^3$, of als $\overline{kh}^3$ tot $\overline{KH}^3$ enz.

§. LXXVI.

Indien alle vaten de gedaante van een *Cylinder* hadden, of indien men dezelven op eene eenvoudige wyze en op Meetkundige gronden, in Cylinders als konde vervormen, zoude 'er niets gemakkelyker vallen dan derzelver inhoud in taerlingsche duimen, taerlingsche halve duimen, of eenige andere bepaalde maat te berekenen; maar de buikachtige gedaante van dezelven, (die noodzaaklyk is, om de banden en hoepen daar op vast te houden, en om deezen de vereischte

kracht

kracht te doen oeffenen) geeft veel belemmeringe in deeze berekeningen; zo dat het om verscheiden redenen niet mogelyk is den inhoud anders te bepaalen dan *door aannaderinge*; maar deeze aannaderinge is op veelvuldige wyzen ondernomen, waar van ik alleen de voornaamsten zal voorstellen, en ter toets brengen.

§. LXXVII.

Zommigen hebben de vaten gehouden voor twee geknotte Kegels ABCD en AFED, die een gemeenen grondslag AODP hebben; welke onderstellinge, indien zy met de waarheid overeenkwam, een gemakkelyke berekeninge van den inhoud zoude verschaffen; nademaal de inhoud van een geknotten Kegel gevonden wordt, als men de somme van het vierkant der grootste middelyn, van het vierkant der kleinste middelyn, en van de uitkomst der vermenigvuldiginge van de grootste door de kleinste middelyn, verder vermenigvuldigt door de hoogte van den geknotten Kegel, vermenigvuldigd door den omtrek van een cirkel, wiens middellyn gelyk is aan 1, en gedeeld door 12. Fig. 6

Want stel AD = a, BC = b, GH (de halve binnenlengte van het vat, of de geheele hoogte van den geknotten Kegel ABCD) = l, en den omtrek van een cirkel, wiens middelyn is gelyk aan de eenheid, = o, zo is de inhoud van den cirkel AOPD gelyk aan $\frac{oa^2}{4}$, en de inhoud van den cirkel BQCR is

ge-

gelyk aan $\frac{ob^2}{4}$ (§. LXVI.). Voorts is AS (= $\frac{a-b}{2}$) tot BS (= l), als $\frac{1}{2}$ AD (= $\frac{1}{2}a$) tot GI = $\frac{al}{a-b}$. De lighaamelyke inhoud van den geheelen Kegel AID is $\frac{oa^2}{4} \times \frac{al}{a-b} \times \frac{1}{3} = \frac{ol}{12\,\overline{a-b}} \times a^3$ (h); dewyl een Kegel een derde deel uitmaakt van een Cylinder, die op den zelfden grondslag staat, en van dezelfde hoogte is. Op dezelfde wyze is de lighaamelyke inhoud van den Kegel CIB gelyk aan $\frac{ol}{12 \times \overline{a-b}} \times b^3$, derhalven is de geknotte Kegel ABCDA gelyk aan $\frac{ol}{12 \times \overline{a-b}} \times a^3 - b^3 = \frac{ol}{12} \times \overline{a^2 + ab + b^2}$. Als dan de beide geknotte Kegels ABCD en AFED worden by malkander gevoegd, is derzelver lighaamelyke inhoud, en dus de lighaamelyke inhoud van het vat BCEF gelyk aan $\frac{ol}{6} \times \overline{a^2 + ab + b^2}$. zo dat de inhoud van zodaanig een dubbelde geknotte Kegel gelyk zoude zyn aan die van een Cylinder, wiens langte of hoogte is $= 2l$, en wiens middellyn is $\sqrt{\frac{a^2+ab+b^2}{3}}$.

Men stelle AD = a = 32 duim; BC = b = 28, 8; GH = l = 22, 5. zo is (als men neemt o = 3,141593) $\frac{ol}{6} \times \overline{a^2 + ab + b^2} = \frac{3,141593 \times 22,5}{6} \times \overline{1024 + 921,6 + 829,44}$ = 32692, 7 taerlingsche duimen, zynde $\sqrt{\frac{aa+ab+bb}{3}}$ = 30,41493 duimen.

§. LXXVIII.

(h) *Euclides* XII. B. 10de Voorstel.

§. LXXVIII.

Schoon nu deeze onderstellinge (§. LXXVII.) niet geheel en al buitenspoorig is, en in het vervolg van eenigen dienst zal kunnen zyn in het bepaalen van de hoeveelheid vogts, welke in een recht-opstaand vat nog overig is; echter is het zeker, dat men door deezen weg den inhoud te klein vindt; nademaal de 6de Afbeelding onder het oog brengt, dat geen vat in zyn midden een scherpen ring heeft; maar dat het daar ter plaatse ten minsten een kromme lyn vertoont; terwyl men hier alle de ruimtens gelyk FKAX, ALBT, enz. (die hier als doorgesneeden gezien worden) voor niets rekent. Fig. 6.

§. LXXIX.

De meeste Wynroeyers, die nog al onder de naauwkeurigsten mogen geteld worden (om van die geenen niet te spreeken, die de vaten gelyk stellen aan cylinders, welker middelyn gelyk is aan de rekenkundige middel-evenredige tusschen de sponts-diepte en tusschen de bodems-diepte) houden het daar voor, dat de vaten gelyk kunnen gesteld worden aan Cylinders, welker grondslag (ten opzigte van zyn inhoud) rekenkundig middel-evenredig (*Arithmetice media*) is tusschen den inhoud van den cirkel, wiens middelyn is de spontsdiepte AD, en tusschen den in-

inhoud van den cirkel, wiens middelyn is de bodems diepte BC, of FE. Dewyl nu de inhoud van den cirkel AODP is $= \frac{oa^2}{4}$, en die van den cirkel BQCR is $= \frac{ob^2}{4}$ (LXXVII.) zo is de inhoud van den Cylinder, waar in het vat hervormd wordt gerekend, en dus de inhoud van het vat zelf, gelyk aan $\frac{oa^2}{4} + \frac{ob^2}{4} \times \frac{2l}{2} = \frac{ol}{4} \times \overline{a^2+b^2}$. Weshalven de inhoud van het vat gelyk zoude zyn aan dien van een Cylinder, wiens hoogte is $= 2l$, en wiens middelyn is $= \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$.

Het verschil tusschen de berekeninge op deeze onderstellinge, en tusschen die van de twee geknotte Kegels (§. LXXVII.) is gelyk aan $\frac{ol}{4} \times \overline{a^2+b^2} - \frac{ol}{6} \times \overline{a^2+ab+b^2} = \frac{ol}{12} \times \overline{a^2+b^2-2ab} = \frac{ol}{12} \times \overline{a-b}^2$; dewyl nu, als a grooter is dan b, altyd a^2+b^2 grooter is dan $2ab$, zo moet de uitkomst hier altyd een weinig grooter zyn dan in §. LXXVII.

Als men het zelfde voorbeeld neemt, als in §. LXXVII. (het geen ik overal zal behouden om het verschil der uitkomsten te zien) is de inhoud $\frac{3,141593 \times 22,5}{4} \times 1024 + 829,44 = 32753$

taer-

taerlingsche duimen, zynde maar $\frac{ol}{12} \times a\text{-}b = 60,3$ duimen meer dan in §. LXXVII. En de middellyn van den *Cylinder*, waar in het vat als herschapen wordt, is $= \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} = 30,4419$.

§. LXXX.

Met deeze wyze van rekenen heeft die geene veel gemeenschap, welke door den H[r]. *Gregory* (i) wordt voorgesteld: men neemt het dubbeld van den inhoud des grootsten cirkels, wiens middelyn is de spontsdiepte, en voegt daar by den inhoud van den kleinen cirkel, of van den bodem; de somme deelt men door 3; deeze uitkomst (welke voor de *basis* van den gemiddelden cylinder wordt gehouden, wiens inhoud gelyk is aan den inhoud van het vat) wordt vermenigvuldigd door de langte van het vat. Dus is de inhoud $= \frac{o \times \overline{2a^2+b^2}}{4} \times \frac{2l}{3} = \frac{o \times \overline{2a^2+b^2} \times l}{6}$

$$= \frac{3,141593 \times \overline{2048+829,44} \times 22,5}{6} = 33821,1$$

taerlingsche duimen; en de middellyn van den Cylinder, die aan het vat gelyk is, $= \sqrt{\frac{2a^2+b^2}{3}}$ $= 30,9701$. Deeze handelwyze steunt mede op gee-

(i) Treatise of Practical Geometry pag. 100.

geene Meetkundige gronden, maar is uitgedagt, om dat men bevondt, dat de naastvoorgaande (§. LXXIX.) te weinig gaf, en niet met de ondervindinge overeenstemde, gelyk in het vervolg zal blyken, alwaar ik andere handelwyzen zal voorstellen, die wel niet Meetkundig zyn, maar nader aan de waarheid komen, dan deeze, die den inhoud wat de groot maakt.

§. LXXXI.

Op deeze wyzen (§. LXXIX. en LXXX.) komt men een weinig nader aan de waarheid, dan door den voorigen weg, maar geensins genoeg, om daar in te berusten, ten zy men eenige verbeteringen doe aan deeze berekeningen. Ook is het zeker, dat deeze handelwyzen op geene Meetkundige gronden gebouwd, en alleen maar uitgedagt zyn, om zo verre niet van de waarheid af te wyken, als of men voor de middellyn van den Cylinder de rekenkundige middel-evenredige hadt genomen tusschen de sponts-diepte AD en de bodems-diepte BC of FE; welke middel-evenredige in dit voorbeeld is $\frac{32+28,8}{2}=\frac{60,8}{2}=30,4$; derhalven is de inhoud $=32662,53$ taerling-duimen.

§. LXXXII.

Alle de geenen, die eenige vorderingen gedaan

daan hebben, in de Meetkunde, zyn het wel daar in eens, dat de duigen der vaten geenſins op zodaanig een wyze zyn geboogen, als in de onderſtellinge van twee geknotte Kegels zoude vereiſcht worden, en dat hier een kromme lyn in aanmerking moet worden genomen, om daar mede de kromte der duigen te vergelyken; maar over de ſoort, of het geſlagt van deeze kromme lyn zyn zy het niet eens: zommigen houden dezelve voor de veerige kromme (*curva elaſtica*), anderen voor een cirkelboog, anderen voor een *Ellips* of lang-rond, anderen wederom voor een boog van een Brandſneede (*Parabola*); en die geenen, die de kromte der duigen met een Brandſneede vergelyken, doen zulks alle niet op de zelfde wyze.

§. LXXXIII.

De Heer *Jacob Bernoulli* (k) was van gedagten, dat de kromte der duigen overeenkomſt heeft met *de veerige kromme lyn*, welke zig vertoont, wanneer een veerig lighaam, dat de gedaante heeft van een plank, roede, of lange plaat (gelyk de kling van een degen), die, met zyn ééne end vaſt ſtaande, gedrukt, of door ge-

wigt

(k) Oper. T. 1. pag. 582. & Mem. de l'Acad. des Sciences 1705. p. 232. ſuiv.

wigt geboogen wordt, dat aan het andere end is vaſtgemaakt. Maar ſchoon dit ſchrander is uitgedagt, echter zyn 'er onoverkomelyke zwaarigheden in; 1°. worden de duigen niet geboogen door drukkinge of door gewigt, dat aan haare enden wordt aangevoegd, of opgehangen, maar door de kracht van het vuur, en door het geweld, waar mede de hoepen worden aangedreeven; zo dat de kromte zig ſchikt naar de ſchuinsheid van de afgeſchaafde randen (l), en vooral naar de gedaante, die aan de duigen, eer zy eenige buiginge ondergaan, gegeeven wordt; terwyl de kracht, die aan de duigen haar kromte geeft, ter zyden wordt geoeffend. 2°. Heeft de Heer *Chriſtiaan Martini* (m) te recht aangemerkt, dat men het door de fynſte handgreepen der *Fluxie*-rekeningen niet verder kan brengen in het bepaalen van den aard deezer kromme lyn, dan tot een uitdrukkinge, die niet *geintegreerd* kan worden, zelfs niet door het te hulp roepen van een oneindige reex; want, als de afgeſneedene van deeze kromme gelyk is aan x, en de toegepaſte (*ordinata*), die daar toe behoort, is $=y$, zo vindt men $dy = \frac{dx \times \int (t+T)\, dx}{\sqrt{bbff - \int (t+T)\, dx^2}}$; alwaar b is de dikte van

(l) V. l'Art du Tonnelier Art. 3. pag. 20. ſuiv.

(m) Pithometriæ Theoria nova §. 65. pag. 25. ſeq.

van de duig, *f* de langte; *t* de verlanginge, of uitrekkinge van de duig aan de buitenkant, *T* de verkortinge van de duig door de buiginge aan de binnenkant. Zelfs kunnen de ſchrandere kunſtgreepen, welken de Heer *Euler* (n) heeft uitgedagt, van zo veel dienſt niet zyn in de oeffeninge, dat men daar door het oogmerk kan bereiken; ſchoon hy op eene uitmuntende wyze getoond heeft, hoe veel de *Integraal*-rekeninge ſedert den leeftyd van den Heer *Jacob Bernoulli* is verbeterd, voornaamelyk door den onvermoeiden arbeid en doorzigtigheid van denzelfden Heer *Euler*. Daar en boven zoude het zeer moejelyk, zo niet onmogelyk, vallen om de juiſte grootte van *t* en *T* op eene Meetkundige wyze te bepaalen.

§. LXXXIV.

Keplerus (o), en anderen na hem, hebben de kromte der duigen aangezien voor *cirkel-vormig*, zo dat het vat FABCDE gebooren wordt Fig. 7.
1°. uit de omwenteling van den rechthoekigen vierhoek FBCE om zyn as GH, of van den vierhoek FBHG om zyn zyde GH. 2°. Door de omwentelinge van het cirkelſtuk FAB, waar door

(n) Methodus inveniendi lineas curvas &c. in Additamento primo p. 247. ſeqq.

(o) Stereometria Doliorum Theor. XXII.

door een ring gevormd wordt, die by A het dikste is, en by F en B te niet loopt. De ligchaamelyke inhoud van de rol FBCE is ligt te vinden (§. LXXI.); maar de Meetkundigen, die voor de vindinge der *Fluxie*-rekeningen, of *Differentiaal*- en *Integraal*-rekeningen leefden, zagen geen kans om den inhoud van den ring op vaste gronden te bepaalen; en zelfs is het in deezen tyd, daar men van die hulpmiddelen voorzien is, niet zeer gemakkelyk om dien inhoud op zodaanig een wyze te berekenen, dat men 'er vrugt van hebbe in de oeffeninge.

Men kan zyn oogmerk niet bereiken, zonder dat men den regel van *Guldin* (*) te hulp roepe, waar van wy ons in het vervolg meermaalen zullen bedienen. Volgens deezen regel *is altoos de inhoud van een ligbaam gelyk aan de uitkomst der vermenigvuldiginge van den oppervlakkigen inhoud der omwentelende grootte door den omtrek, welken het middelpunt der zwaarte van die grootte beschryft.* Volgens deezen regel (die zeer wel betoogd is door den Heer *Varignon* (p)) moet de oppervlakkige inhoud van het Cirkelstuk FABKF vermenigvuldigd worden door den omtrek, welken deszelfs middelpunt der zwaarte in zyn omwentelinge beschryft.

Men kan op verschillende wyzen het middelpunt der

(*) De Centro Gravitatis L. 2 & 3. voornaamelyk L. 2. C. 8.

(p) Mem. de l'Acad. Roy. des Sciences A. 1714. p. 100. suiv. Ed. d'Amst. Zie ook *Muller* Conic. Sections p. 147. seq.

der zwaarte van een cirkelstuk vinden (q); maar als men vooraf het middelpunt der zwaarte zoekt van een driehoek en van een gemengden driehoek, die een boog van een cirkel tot grondslag heeft en met zyn top in het middelpunt eindigt, gaat men den gemakkelykften weg in. Naamelyk, 1o. het middelpunt der zwaarte van den rechtlynigen driehoek FBM staat van deszelfs top M af ter langte van $\frac{2}{3}MK = MI$. 2o. Het middelpunt der zwaarte van den cirkelsnyder (*Sector*), of gemengden driehoek FABMF staat van het middelpunt M ter langte van $MN = \frac{2BK \times MB}{3BA}$, zo dat $BH : BK = \frac{2}{3}MB : MN$. Deeze twee middelpunten der zwaarte gevonden zynde, ontdekt men ligt het middelpunt der zwaarte van het cirkelstuk FABKF alleen, de gronden der Weegkunde (*Statica*) te hulp roepende: want, dewyl in N het gemeene middelpunt der zwaarte is van den rechtlynischen driehoek FBM, en van den gemengden driehoek, of Cirkel-snyder (*Sector*) FABMF, zo is het cirkelstuk FABKF tot den driehoek FBM, als IN (de afstand tusschen de twee middelpunten der zwaarte) tot NO. Dus onderstelt deeze handelwyze, dat men naauwkeurig genoeg den inhoud van een cirkel, van deszelfs stukken, en cirkel-snyders kan vinden, waar toe het bovengemelde (§. LXXXVI.) overvloedig genoeg is.

Stel AD wederom $= 32$, $BC = FE = 28,8$, dus

(q) *Simpson* the doctrine of Fluxions §. 177. *Carré* Mesure des surfaces &c. §. 119. *Hayes* Treatise of Fluxions p. 265.

dus KA = 1,6; FB = 2 KB = 45. Dewyl de middellyn van den cirkel, tot welken de boog FAB behoort, is (r) $= \frac{KB^2 + AK^2}{AK}$, zo vindt men voor dezelve 318,0625 duimen; en derhalven is de halve middellyn MA = 159,03125 duimen; door de platte driehoeks-rekeninge vindt men uit MA = 159,03125, en uit KB, dat AB een boog is van 8°.8'.7", en dus is BAF = 16°.16'.14" of 58574 secunden. Dewyl de halve middellyn uit 100000 van die deelen bestaat, waar van 'er 14151 gaan in de hoekmaat van 8°. 8'. 7", of uit 100000 van die geenen, waar van 'er 282302 gaan in de koorde van 16°. 16'. 14", en dewyl de boog BA 14198,73 van die zelfde deelen bevat, zo is AB tot BK, als 14198,73 tot 14151; en dewyl AB tot BK, als $\frac{2}{3}$ MB tot MN, zo is MN = 105,6643 duimen. Voorts is MI $= \frac{2}{3}$ MK $= \frac{2}{3}$ 157,43125 = 104,9542 duimen. De inhoud van het cirkel-stuk FABKF is = 47,523 vierkante duimen; de inhoud van den driehoek FBM is = 3542,203 vierkante duimen; derhalven is FABKF tot FBM, als 47,523 tot 3542,203; en dewyl IN is = MN − MI = 0,7101, zo is (dewyl NO : IN = FBM : FABKF)

NO

(r) *Euclides* VI.B. 8. Voorst. met III. B. 31. Voorst.

$NO = 52,9295$, derhalven $MO = MN + NO = 158,5934$, $PO = \frac{1}{2} AD - AO = 15,56255$. De ring, die als buiten over den Cylinder FBCE heengaat, is by gevolg van eenen lighaamelyken inhoud, die gelyk is aan $15,56255 \times 2 \times 3,141593 \times 47,523 = 2 \times 23223,407 = 4646,814$ taerlings-duimen. De Cylinder FBCE heeft een inhoud van $\frac{28,8^2 \times 3,141593 \times 45}{4} = 28647,57$; derhalven is de geheele inhoud van het vat $= 28647,57 + 4646,814 = 33294,384$ Taerlingsche duimen, en dus 601,684 duimen meer dan in de onderstelling van de twee geknotte Kegels (§. LXXVII.).

§. LXXXV.

Onder de onderstellingen, die zeer naa aan de waarheid komen, mag men met recht die geene tellen, welke de kromte van het vat BAF voor een *Ellips* of lang-rond aanziet, het geen reeds voorgesteld is door *Clavius* (s) en *Keplerus* (t), naderhand door *Wallisius* (u) & *Gregory* (v). Stel, dat het langrond ABTCDEXF, om Fig. 8.

(s) Oper. T. 2. p. 145.
(t) Stereometria Doliorum in supplemento.
(u) Oper. Tom. 1. p. 871. seqq.
(v) Treatise of Practical Geometry P. 3. prop. VIII.

om zyn langen as XT wentelende, een eyvormig lighaam beschryft; dat de enden BRCQT en FXE worden afgeknot rechthoekig op den langen as KT, zo blyft het lighaam FABCDE voor de gedaante van het vat over: om nu den inhoud van dit vat, of van dit afgeknotte eyvormige lighaam te vinden, zoekt men eerst den inhoud van het geheele eyvormige lighaam. Men zoude het oogmerk kunnen bereiken zonder de *Fluxie*-rekeningen te hulp te roepen, door de betoogingen van *Archimedes* (w); maar, om de langwyligheid te vermyden, zal ik my van de nieuwe rekeningen bedienen.

Stel AD$=a$, GH$=2l$, BC$=2y$, of BH$=y$ (schoon deeze lyn bekend is, en $=b$) TH$=x$, zo is de lange as TX$=2l+2x=u$. Nu is (volgens de bekende eigenschap van de *Ellips* (x)) $u^2:a^2 = x\times\overline{u-x}:y^2$, derhalven is $y^2=xu-xx\times\frac{a^2}{u^2}$. De *Fluxie* van het lang-ronde, of eyvormige lighaam, dat door de omwentelinge van deeze *Ellips* gebooren wordt, is $=oy^2dx$ (§. LXIX. en LXXI.) $=\frac{oa^2}{u^2}\times dx\times\overline{ux-xx}$. De *Fluent* of *Integraal* hier van is. $\frac{oa^2}{u^2}\times\overline{\frac{1}{2}ux^2-\frac{1}{3}x^3}$, en als $x=u$, is $\frac{oa^2}{u^2}\times\overline{\frac{1}{2}ux^2-\frac{1}{3}x^3}$ $=\frac{oa^2}{u^2}\times\overline{\frac{1}{2}u^3-\frac{1}{3}u^3}=\frac{oa^2u}{6}$. Dus is het geheele eyvormige

(w) De Conoidibus & Sphæroidibus prop. 32.

(x) *Trevigar* Sect. Con. Elem. L. 1. § 46.

mige lighaam gelyk aan $\frac{2}{3}$ van een Cylinder, wiens grondslag is een cirkel, die AD tot middellyn heeft, en wiens hoogte is TX $= u$; en men vindt voor den inhoud van het vat $\frac{0a^2u}{6} - \frac{20a^2}{u^2} \times \overline{\frac{1}{2}ux^2 - \frac{1}{3}x^3}$

$= 0a^2 \times \overline{\frac{u}{6} - \frac{2}{u^2} \times \frac{1}{2}ux^2 - \frac{1}{3}x^3}$.

In het bovengemelde voorbeeld is $a = 32$, $2y = b = 28,8$, $2l = GH = 45$, $u = 2l + 2x = 45 + 2x$; dewyl nu $u^2 : a^2 = x \times \overline{u - x} : y^2 = x \times \overline{2l + x} : \frac{1}{4}b^2 = xx + 45x : 207,36$, zo is $\overline{45+2x}^2 \times 207,36 = 1024 \times \overline{xx+45x} = \overline{2025+180x+4xx} \times 207.26 = 1024xx + 46080x$; waar uit men door de gemeene regelen der Stelkunde vindt $x = 23,2927$; derhalven $u = 2x + 2l = 91,5854$: by gevolg is de inhoud $0a^2 \times \overline{\frac{u}{6} - \frac{2}{u^2} \times \overline{\frac{1}{2}ux^2 - \frac{1}{3}x^3}}$

$= 3,141593 \times 2024 \times \overline{15,26423 - \frac{2}{91,5854^2} \times \overline{\frac{45,7927 \times 23,2927^2}{2} - \frac{23,2927^3}{3}}} = 33278,7$ taerlingsche duimen.

§. LXXXVI.

Men kan dit zelfde op eene andere wyze bereke-nen, als men onderstelt, dat de Afgesneedene niet

 be-

Fig. 8. beginnen van het einde T, maar van het middelpunt I; zo dat $IH = x$, $IT = \frac{1}{2}u$, $HB = y$, $AD = a$, $TX = u$. Nu is $\overline{HB}^2 : TH \times XH = \overline{AD}^2 : TX^2$ (y) dat is, $yy : \overline{\frac{1}{2}u + x} \times \overline{\frac{1}{2}u - x} = a^2 : u^2$; derhalven $y^2 = \frac{a^2}{u^2} \times \frac{1}{4}\overline{u^2 - x^2}$. De *Fluxie* van het eyvormige lighaam is $= oy^2 dx = \frac{oa^2 dx}{u^2} \times \frac{1}{4}\overline{u^2 - x^2}$; welks *Fluent* is $\frac{oa^2}{u^2} \times \frac{1}{4}uux - \frac{x^3}{3}$. Als dan u bekend wordt (zynde in het meermaalen gebruikte voorbeeld $= 91,5854$ (§. LXXXV.)) en x gegeeven is, (zynde gelyk aan $l = 22,5$) beneffens $a = 32$, zo vindt men voor de helfte van het vat ABCD 16639,38, en dus voor den inhoud van het geheele vat 33278,76 taerlingsche duimen. Deeze tweede handelwyze is te verkiezen boven de naast voorgaande (§. LXXXV.), niet alleen om dat zy korter is, maar ook om dat zy van dienst kan zyn in het vervolg (§. CLXXIV.).

§. LXXXVII.

De *Brandsneede*, of *Parabel* kan op drie wyzen gebruikt worden om de kromte der duigen te vertoonen, en om den inhoud der vaten te berekenen, die echter alle niet van dezelfde waerde zyn. *Voor eerst* kan men zonder groote ongerymd-

(y) *l'Hospital* Sections Coniques L. 1. §. 41. of *Trevigar* Sectionum Conic. Elementa §. 48.

rymdheid de vaten aanzien als *Parabolische Kegels*, die aan hunne toppen geknot zyn, en met hunne grondslagen tegen malkander aan staan; welke onderstellinge nog niet lang geleeden aangenomen is door den Heer *Pezenas* (z). Fig. 9.

De brandsneede ABKCD wentelt om haaren as, en beschryft den *Parabolischen* Kegel, die, afgeknot zynde in BC, de helfte van het vat uitmaakt. Stel $AI = \frac{1}{2}a$, $BH = b$, $HI = l$, $KI = x$, $KH = x - l$, zo is $x : x - l = aa : bb$, en derhalven $x = \frac{aal}{aa - bb}$. Voorts is, volgens de betooginge van *Archimedes* (a), de inhoud van den *Parabolischen* Kegel ABKCD $= \frac{oa^2x}{8}$, gelyk men ook vindt door de *Fluxie*-rekeninge: de lighaamelyke inhoud van het afgeknotte stuk BKC is op dezelfde wyze $= \frac{ob^2 \times \overline{x - l}}{8}$; derhalve is de geknotte Kegel ABCD $= \frac{o}{8} \times \overline{a^2x - b^2x + b^2l}$.

Dewyl x is $= \frac{23040}{194,56} = 118,421$, zo is $a^2x - b^2x = 23040$; en $b^2l = 18662,4$, dus $a^2x - b^2x + b^2l = 41702,4$; en $\frac{o}{8} \times \overline{a^2x - b^2x + b^2l} = 16376,5$ taerlingsche duimen; en de geheele inhoud van het vat 32753 duimen: de gemiddelde middellyn zoude dan zyn $= \frac{\sqrt{a^2x - b^2x + b^2l}}{2l} = 30,4421$;

het

(z) Memoires presentées T. I. p. 57.
(a) De Conoidibus & Sphaeroidibus prop. 32.

het geen weinig, of niets verschilt van den inhoud en gemiddelde middellyn, die op de gewoone wyze der Wynroeyers wordt bepaald (§. LXXIX.). Zo dat door deezen weg zekerlyk de inhoud te klein wordt gesteld; daar en boven is 'er in deeze onderstellinge niets, dat met de gedaante der vaten overeenkomt: want 1°. hebben zy in het midden, by het spont-gat, geen scherpe kanten, zo als noodzaakelyk uit de zamenvoeginge van twee *Parabolische* Kegels met hunne grondslagen moet volgen; en 2°. zouden de duigen aan hunne enden meer kromte hebben dan omtrent het midden; daar altyd het tegendeel plaats heeft, uitgezonderd in eenige selden voorkomende uitheemsche vaten.

§. LXXXVIII.

In de *tweede* plaats kan men op een veel natuurlyker wyze de *Parabel* aanmerken als de kromte der duigen uitmaakende, schoon deeze handelwyze te veel zal geeven, daar de naastvoorgaande (§. LXXXVII.) te weinig uitlevert. Men kan XAT aanmerken, als den boog van een Brandsneede, wiens top is in A, en onderstellen, dat dezelve omwentelt om haar toegepaste XT, en dat de enden BTC en FXE worden afgeknot.

Fig. 10.

Stel $XI = y$, $AK = x$, $FK = KB = t$, $AI = z$, zo is $y^2 : t^2 = z : x$; dus is $y^2 = \frac{t^2 z}{x}$, $FG = AI - AK$

$= z$

$=z-x=b$; men kan stellen, dat IX bekend is, dewyl $y^2=\frac{AI\times\overline{KF}^2}{AK}$, die in dit geval alle zyn gegeeven, derhalven kan men voor y^2 stellen f^2: maar men onderstelle om den lighaamelyken inhoud door de *Fluxie*-rekeninge te vinden, dat x veranderlyk en onbekend is, gelyk ook $FK=t$; voorts is $f^2:t^2=z:x$; dus $x=\frac{t^2z}{f^2}$, $GF=z-\frac{t^2z}{f^2}=\frac{f^2z-t^2z}{f^2}$, $o\times\overline{GF}^2=o\times\overline{\frac{f^2z-t^2z}{f^2}}^2=\frac{oz^2}{f^4}\times\overline{f^4-2f^2t^2+t^4}$; dit is de inhoud van den cirkel FGE, en derhalve is de *fluxie* van het *parabolische* lighaam $=\frac{oz^2dt}{f^4}\times\overline{f^4-2f^2t^2+t^4}=\frac{oz^2}{f^4}\times\overline{f^4dt-2f^2t^2dt+t^4dt}$: de *Fluent* is $=\frac{oz^2}{f^4}\times f^4t-\frac{2}{3}f^2t^3+\frac{t^5}{5}$: Men zoude dit nog op een andere wyze kunnen berekenen, die meer overeenkomst heeft met die van den Hr. *Jones* (b); maar deeze is ruim zo gemakkelyk, en steunt op eenvoudige gronden.

Hier is $f^2=\frac{AI\times\overline{KF}^2}{AK}=\frac{16\times\overline{22,5}^2}{1,6}=5062,5$; $AI=z=16$; $KF=t=22,5$; derhalven is $\frac{oz^2}{f^4}\times\overline{f^4t-\frac{2f^2}{3}t^3+\frac{t^5}{5}}=oz^2\times\overline{t-\frac{2t^3}{3f^2}+\frac{t^5}{5f^4}}=16925,4$, en dus het geheele vat 33850,8 taerlingsche duimen.

§. LXXXIX.

(b) Synopsis Palmariorum Matheseos pag. 269.

§. LXXXIX.

Men kan nog op eene andere wyze in dezelfde onderstellinge (§. LXXXVIII.) omtrent de kromte der duigen den inhoud van een vat berekenen, zonder zig met de toegepasten I X te bemoejen. Stel AI $= a$, FG $= b$, AK $= a - b$, KF $= l$, zo is de oppervlakkige inhoud van het stuk AKF $= \frac{2}{3}$ CK $\times$ KF $= \frac{2}{3} \overline{al - bl}$, of van het geheele stuk FAB $= \frac{4}{3} \times \overline{al - bl}$. Het middelpunt der zwaarte van deeze *Parabolische* oppervlakte, staat ter langte van $\frac{3}{5}$ AK van den top A af; (dewyl in alle Brandsneeden, alwaar, de rechte zyde of *Parameter* $= 1$ gesteld zynde, $x^m = y^r$ of hier $\overline{a - b}^m = l^r$, het middelpunt der zwaarte van den top af is ter langte van $\frac{m + r}{m + 2r} \times x$ (c)): derhalven is de afstand tusschen het middelpunt I en het gemelde middelpunt der zwaarte $=$ IA $- \frac{3}{5}$ AK $= a - \frac{3}{5} \times \overline{a - b} = \frac{2a + 3b}{5}$.

De omtrek, die tot de middellyn $2 \times \frac{2a + 3b}{5} = \frac{4a + 6b}{5}$ behoort, is $o \times \frac{4a + 6b}{5}$, en derhalven is, volgens den regel van *Guldin* (§. LXXXIV.) de lighaamelyke inhoud van den *Parabolischen* ring, die den

(c) *Muller* Conic. Sections §. 273.

den Cylinder FBCE omvangt, gelyk aan $\frac{o}{5}\times 4a+6b \times \frac{4}{3}\times al-bl$. De inhoud van dien Cylinder is $= o\,b^2\times 2\,l = 2\times o\,b^2\,l$; derhalven is de lighaamelyke inhoud van het geheele vat $= 2\times o\,b^2\,l + \frac{o}{15} \times \overline{16a^2l-24b^2l+8abl} = \frac{o\,l}{15}\times\overline{16a^2+8ab+6b^2}$.

Hier ter plaatze is $a=16$; $b=14,4$; $l=22,5$; derhalven is de inhoud $\frac{3,141593\times 22,5}{15}\times 16\times\overline{16}^2+8\times 16\times 14,4+6\times\overline{14,4}^2 = 33851$ taerlingsche duimen.

§. XC.

Dewyl nu ook deeze laatste onderstellinge (§. LXXXVIII. en LXXXIX.) niet genoeg de gedaante vertoont, welke de duigen in haare kromminge aanneemen, die zekerlyk *in het midden* veel gelykheid heeft met een boog van een Brandsneede, maar naa de enden meer recht loopt, zo is 'er, naar myne gedagten, niets beter, niets nader met de gedaante der duigen, die in de meeste vaten plaats heeft, overeenkomende, dan dat men met den Heer *Camus* (d) de lengte van het vat GH in vier gelyke deelen verdeelt,

(d) Mem. de l'Acad. Roy. des Sciences 1741. pag. 513.

Fig. 11.

deelt, zo dat GI $= l$, en FT $=$ TK $=$ KS $=$ SI $= \frac{1}{2} l$, dat AD $= 2a$ de spontsdiepte, en FE $=$ BC $= 2b$ de bodems-diepte zy. Van F tot L, en van B tot M loopen de duigen recht; maar MAL is een boog van een Brandsneede of *Parabel*, en wel op zodaanig een wyze, dat de verlengde FL en BM tot in N (alwaar zy malkander ontmoeten) de *Parabel* in L en M raaken.

Dewyl KS $=$ BS, zo is NM $=$ MB, en (dewyl de lynen FB en LM aan malkander evenwydig zyn) NO $=$ KO, en NA $=$ AO (e). Dus is AO $= \frac{1}{2}$ ON $= \frac{1}{2}$ OK; en AO $= \frac{1}{3}$ AK $= \frac{1}{3} \times \overline{a-b}$, en IO $=$ IA $-$ AO $= a - \frac{a+b}{3} = \frac{2a+b}{3}$. De *Parabolische* oppervlakte AOM is derhalven $= \frac{2}{3}$ AO $\times$ OM $= \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \overline{a-b} \times \frac{1}{2} l = \frac{1}{9} \times l \times \overline{a-b}$ en dus de oppervlakte MALOM $= \frac{2}{9} \times l \times \overline{a-b}$.

Het middelpunt der zwaarte van deeze oppervlakte staat wederom ter lengte van $\frac{3}{5}$ AO $= \frac{3}{5} \times \frac{1}{3} \times \overline{a-b} = \frac{a-b}{5}$ van den top A af (§. LXXXIX.) in P; derhalven is IP $=$ AI $-$ AP $= a - \frac{a+b}{5} = \frac{4a+b}{5}$. De lighaamelyke inhoud van den *Parabolischen* ring, die om het midden van het vat gaat, is dan, volgens den regel van *Guldin* (§. LXXXIV.) gelyk aan

LAMOL

(e) *Trevigar* Sect. Con. Elem. L. 1. §. 25.

$LAMOL \times o \times 2 \times IP = o \times \frac{1}{3} \times l \times \overline{a-b} \times 2 \times \frac{4a+b}{5}$
$= \frac{4ol}{45} \times \overline{4a^2 - 3ba - bb}.$

De Cylinder, die gebooren wordt uit de omwentelinge van het rechthoekige raam L M V U, is
$= o \times \overline{IO}^2 \times ML = o \times l \times \frac{\overline{2a+b}^2}{9} = \frac{o \times l}{9} \times \overline{4a^2 + 4ab + bb}.$

Door de omwentelinge van de vierhoeken MBHW & LFGX worden twee geknotte Kegels gebooren, die met den Parabolischen ring en met den bepaalden Cylinder den geheelen lighaamelyken inhoud van het vat uitmaaken. Ieder van deeze geknotte Kegels is (§. LXXVII.) $= \frac{o \times HW}{12 \times \overline{MV - BC}} \times \overline{MV^3 - BC^3} = \frac{ol}{24} \times \overline{MV^2 + MV \times BC + BC^2} = \frac{ol}{24} \times \overline{\frac{16a^2 + 16ab + 4bb}{9} + \frac{8ab + 4bb}{3} + 4bb}$; en de beide geknotte Kegels zyn te zamen $= \frac{ol}{12} \times \frac{16a^2 + 40ab + 52bb}{9} = \frac{ol}{27} \times \overline{4a^2 + 10ab + 13bb}.$ Als men dan deeze drie lighaamelyke inhouden by malkander telt, en de uitdrukkingen brengt tot de allergrootste eenvoudigheid, vindt men voor den inhoud van het geheele vat $\frac{ol}{135} \times \overline{128a^2 + 74ab + 68bb}.$

In het Voorbeeld, dat ik tot hier toe steeds gebruikt heb, is dan de inhoud $= \frac{3{,}141593 \times 22{,}5}{135} \times \overline{32768 + 17049{,}6 + 14100{,}48} = \frac{3{,}14153 \times 22{,}5}{135} \times 63918{,}08$

$\times 63918,08 = 33467,4$ taerling-duimen. Het vierkant van de halve middellyn van den Cylinder, die denzelfden inhoud heeft met het vat, is derhalven $\frac{128a^2+74ab+68bb}{2\times 135} = 236,733$, en de halve middellyn $= 15,3861$, dus de geheele middellyn 30,7722 duimen.

§. XCI.

Schoon men dus, de Stelkunde en *Fluxie*-rekeningen te hulp roepende, (§. XC.) den inhoud der vaten door aannaderinge zeer naauwkeurig kan bepaalen op de gemaakte onderstellingen; schoon ook de ondervindinge my geleerd heeft, dat men door deezen weg in de meeste gevallen genoegsaam hetzelfde vindt, dat door daadelyke meetinge en weeginge (waar over ik in het vervolg zal handelen) ontdekt wordt; echter kan men niet ontkennen, dat deeze berekeningen zelfs voor eeniger maaten geoeffenden moejelyk is, en te veel omslags en tyds vereischt. Hierom zal het dienstig zyn, dat wy onderzoeken, of 'er niet een korter weg te vinden is, die niet zeer verre van de waarheid afleidt. Het is zeker, dat, als men voor de middellyn van den Cylinder, wiens inhoud aan het vat gelyk is, wil neemen de Meetkundige middel-evenredige tusschen de sponts-diepte en de bodems-diepte, de

de inhoud nog kleinder wordt, dan of men op de onderstellinge van twee geknotte Kegels wilde voortgaan (LXXIX.), of voor de middellyn van den Cylinder stellen de rekenkundige middel-evenredige tusschen de sponts-diepte en de bodems-diepte (§. LXXXI.); dewyl de Meetkundige middel-evenredige tusschen 32 en 28,8 is 30,3578. Hierom heeft de Heer *Camus* (f), in plaats van $2\sqrt{ab}$, genomen $2\sqrt[6]{a^4b^2}$; zo dat, als $a=16$ en $b=14,4$, de middellyn van den Cylinder is $=30,8958$; weshalven de inhoud een weinig te groot zoude worden, zynde 33736,15 taerlingsche duimen.

§. XCII.

Om deeze reden (§. XCI.) heb ik gezogt, of ik een anderen weg zoude kunnen inslaan, die beter naar de bevattinge der Wynroeyers is geschikt, en de vereischte juistheid in zig bevat; en ik heb ten dien einde de gewoone handelwyze, in §. LXXXI. beschreeven, gezogt te verbeteren, schoon hier omtrent geen Meetkundige betoogingen kunnen gegeeven worden, zo weinig als omtrent de Stelkundige uitdrukkinge van den Heer *Camus* (§. XCI.). Men komt na aan de waarheid, als men voor de middellyn van

(f) Mem. de l'Acad. 1741. pag.

van den Cylinder, in de plaats van de rekenkundige middel-evenredige tuſſchen de ſpontsdiepte en de bodemsdiepte, een lyn neemt, die te zamengeſteld is uit de bodemsdiepte en uit $\frac{6}{10}$ van het verſchil tuſſchen de ſpontsdiepte en de bodemsdiepte, of (als a de ſpontsdiepte en b de bodemsdiepte is) $\frac{6a+4b}{10}$. Hier ter plaatſe is de middellyn $=28,8+\overline{3,2\times 0,6}=30,72$, het geen maar weinig minder is dan de middellyn door de allerfynſte rekening gevonden §. XC. De inhoud van zulk eenen Cylinder is $=ol\times\frac{\overline{6a+4b}^2}{100}=33353,77$, het geen 113,63 taerlingſche duimen minder is dan door de Stelkundige uitdrukkinge (§. XC.). In het vervolg (§. CXLI.) zal ik een andere handelwyze voorſtellen, die nog gemakkelyker is in de *Practyk*, en de meeſte overeenkomſt heeft met die geene, dewelke by de meeſten gebruikt wordt (§. LXXIX.), en merkelyke verbeteringe noodig heeft; maar deeze zoude niet duidelyk genoeg van minder geoeffenden begreepen worden, zo lang ik den aard en het gebruik van den *Quadraat*-ſtok nog niet heb voorgeſteld.

§. XCIII.

Tot hier toe (§. LXX–XCII.) heb ik onder-

derſteld, dat de Vaten een *cirkel-vormigen* omtrek hebben; maar het gebeurt zomtyds, dat men vaten ontmoet, die eenen *lang-ronden*, of byna *Elliptiſchen* omtrek vertoonen, welker inhoud zeer gemakkelyk zoude kunnen bepaald worden, indien dezelve als Elliptiſche Cylinders, zonder eenige buikigheid, konden worden aangemerkt; dewyl de oppervlakkige inhoud van den Elliptiſchen grond des Cylinders moet vermenigvuldigd worden door deszelfs langte of hoogte. De inhoud van een *Ellips* wordt zeer gemakkelyk gevonden, als de groote as BC, en de kleine as QR bekend zyn: want deeze oppervlakkige inhoud is gelyk aan de Meetkundige middelevenredige, tuſſchen den inhoud van den cirkel, die op den grooten as en tuſſchen den inhoud van den cirkel, die op den kleinen as is beſchreeven, of *de cirkel, die den grooten as tot middellyn heeft, ſtaat tot den inhoud van de* Ellips, *als de groote as tot den kleinen:* weshalven, de inhoud van een cirkel bekend zynde, zonder veel moeite de inhoud van een *Ellips* wordt berekend (*g*). Stel, dat BC is $=50$ duim, $QR=44$, zo is de inhoud van den cirkel, die op BC getrokken is, gelyk aan $3,141593 \times \overline{BH}^2$ (§. LXIX.) $=1963,4$ vierkante duimen; derhalven is de inhoud van de

(g) *Carré* Meſure des ſurfaces §. 40. *Simpſon* the Doctrine of Fluxions §. 130.

de *Ellips* $= \frac{QR \times 1963,4}{BC} = 1727,792$ vierkante duimen. Als dan de hoogte van den *Elliptischen* Cylinder gesteld wordt $= 60$, zo is deszelfs lighaamelyke inhoud $= 103667,52$ taerlingsche duimen.

§. XCIV.

Alle de vaten, die eenen *Elliptischen* omtrek hebben, zyn meer of minder buikig, in het midden by het spontgat het dikste, en het allerdunste by hunne bodems: derhalven zal het de vraage zyn, hoe men den inhoud van zulk een *Elliptisch* vat kan ontdekken. Dewyl zo wel de grootste *Ellips*, die zig vertoont, als het vat rechthoekig op zyn as in het midden wordt doorgesneeden, gelyk is aan een Cirkel, wiens middellyn is de Meetkundige middel-evenredige tusschen den grooten en den kleinen as, als ieder *Ellips*, welke de rechthoekige sneede uitmaakt in ieder stip van den as van het vat, gelyk is aan een cirkel, wiens middellyn is de meetkundige midden-evenredige tusschen den grooten en kleinen as van die *Ellips*, zo is de geheele *Elliptische* geknotte Kegel gelyk aan een geknotte Kegel van dezelfde hoogte, wiens grondslagen zodaanige cirkels zyn; dewyl 'er evenveel oneindig dunne plaatjes van een *Elliptische* gedaante in ieder *Elliptischen* geknotten Kegel gaan, als 'er oneindig dunne plaatjes van een cirkelvormige gedaan-

daante in den geknotten Kegel, die op zulk eenen cirkelvormigen grondflag ruſt, zyn begreepen. Derhalven is het noodig, dat men eerſt den inhoud zoeke van een vat, wiens ſpontsdiepte is de Meetkundige middel-evenredige tuſſchen den grootſten en den kleinſten as van de grootſte *Ellips*, en wiens bodemsdiepte is de Meetkundige middel-evenredige tuſſchen den grootſten en kleinſten as van den *Ellips*, die den bodem van het vat uitmaakt. Het is het veiligſte, dat men, om deezen inhoud door aannaderinge te vinden, de onderſtellinge van den Heer *Camus* gebruike, zo als ik dezelve (§. XC.) heb berekend. Stel den grooten as van de grootſte *Ellips*, of de ſpontsdiepte $=50$; de kleine as van dien zelfden *Ellips* $=44$; de groote as van de *Ellips*, die den bodem uitmaakt $=46$; den kleinen as van den bodem $=40,48$; de middel-evenredige tuſſchen 50 en 44, is $\sqrt{2200}$ $=46,90415$; de middel-evenredige tuſſchen 46 en 40,48 is $=\sqrt{1862,08}=43,1518$. Derhalven wordt $2a=46,90415$, en $2b=43,1518$; of $a=23,452075$, en $b=21,5759$; ſtel $l=30$, zo is $\frac{ol}{135}\times\overline{128\,a^2+74\,ab+68\,bb}=\frac{3,141593\times30}{135}$ $\times\overline{70400+37444+31656,7}=97389,3$ taerling-duimen. Als men neemt (§. XCII.) voor de middellyn van den Cylinder, waar in het vat

 als

als hervormd wordt, $\frac{6a + 4b}{10} = 45,40321$, vindt men voor deszelfs lighaamelyken inhoud 97143,6 taerling-duimen, en dus 245,7 taerling-duimen minder; het geen, zo als in het vervolg blyken zal, nog geen 1¼ stoop uitmaakt, en zulks op een vat van ruim 690¼ stoopen.

V. HOOFDSTUK.

Over de Maaten, waar mede de inhoud der vaten gemeeten wordt; en inzonderheid over de waare grootte van de Amsterdamsche stoop.

§. XCV.

Tot dus verre heb ik in het afgetrokkene den inhoud der Vaten beschouwd, zo als dezelve of op Meetkundige gronden, of by aannaderinge wordt bepaald in taerlingsche duimen, waar van 'er 1728 in een taerlingschen voet gaan, als deeze in 12 duimen, ten opzigt van zyn lengte, of zyde verdeeld is; of 1331, als de voet in zyn lengte in 11 deelen of duimen verdeeld is, gelyk de Amsterdamsche: maar in de burgerlyke Maatschappy is zodaanig een bepaa-

paalinge van weinig dienst, dewyl de Wynen, Brandewynen en andere vogten niet gemeeten worden met taerlingsche duimen, taerlingsche voeten, of gedeelten van dezelve, maar met *Pinten*, *Mingelen*, *Stoopen*, *Viertels*, *halve Steekannen*, *Steekannen* of *halve Ankers*, *Ankers*, *halve Aamen*, *halve Oxhoofden*, *Aamen*, *Oxhoofden*, en grooter Vaten. Maar om de reden te vinden, welke de Vaten tot malkander hebben ten opzigte van hunne inhouden, wierdt 'er een bepaalde maat vereischt, die noch te klein moest genomen worden, noch ook te groot; zy moest niet *te klein* zyn, om dat, zo 'er een geringe feil begaan wordt in het bepaalen van de gemeene maat, die feil wordt vermeerderd in grootere vaten; daar het boven het menschelyke is maaten te vervaerdigen, waar in niet de minste feil plaats heeft; de gemeene maate moest ook niet *te groot* zyn, dewyl 'er dan geen gebruik van konde gemaakt worden in het meeten van kleindere vaten. Gelyk in het meeten van middelmaatige langtens noch de *Duimen*, noch de *Roeden* tot een gemeene maat genomen worden, (by voorbeeld in het meeten van gebouwen, balkens enz.) maar *Voeten*, zo heeft men tot het meeten van dagelyks voorkomende vaten noch *pinten*, of *halve pinten*, noch *ankers*, *aamen* kunnen gebruiken; maar, den middelweg inslaande, heeft men daar toe een *Stoop* genomen,

men, of ook wel *Mingelens* of *halve Stoopen*, en men is gewoon te onderzoeken, hoe veele Stoopen en gedeeltens van Stoopen 'er in een vat, dat geroeid zal worden, begreepen zyn.

§. XCVI.

Alle maaten zyn, op zig zelve aangemerkt, willekeurig; maar als men éénmaal een zekere hoeveelheid vogts, als een bepaalde en algemeene maate wil aanneemen, is het ten uiterſten noodig, dat men de waare grootte van die maate met volkomene juiſtheid kenne; doch dewyl ook deeze grootte niet kan bepaald worden zonder vergelykinge met andere grootheden, zo zal men moeten weeten, of hoeveele táerling–duimen in de gemeene maate, die hier *een Stoop* is, begreepen zyn, of hoe zwaar het vogt weegt, dat in de Stoop–maate bevat wordt; tot beiden heeft men wederom andere bepaalingen noodig, zonder welken men vergeefſche moeite zoude doen in het bepaalen van de grootte der vaten. Niets toch is 'er bepaald, als ik zegge, dat een Aam 64 Stoopen, een Anker 16 Stoopen enz. inhoudt, zo lang 'er niet bepaald is, hoe groot een Stoop is, en welk een betrekking dezelve heeft tot andere bekende en juiſt bepaalde grootheden. Als men zegt, dat een Stoop een zeker getal van taerling–duimen,

men,

men, het zy Rhynlandsche, het zy Amsterdamsche, bevat, is 'er wederom niets bepaald, zo lang men niet met de vereischte naauwkeurigheid weet, welke langte een Rhynlandsche, of Amsterdamsche voet heeft: weshalven ik, door Haar Edel Mogende, de Heeren Gecommitteerde Raaden van Haar Ed. Gr. Mog. in Zuid-Holland gelast zynde, om de waare grootte van de *Amsterdamsche Stoop* (die tot een gemeene maate is aangenomen in het invorderen van 's Lands *Impositien*) te onderzoeken, en met alle omzigtigheid te bepaalen, een begin gemaakt heb van de Voetmaat.

§. XCVII.

Wanneer ik in het Jaar 1756. my toeleide om de langte van den enkelen Slinger, die zyne schommelingen in ééne secunde volbrengt, op de groote Kamer van het Leidsche *Observatorium*, door naauwkeurige proeven te bepaalen, was myn oogmerk niet alleen om te onderzoeken, hoe verre myne proeven zouden overeenkomen met die van andere Wiskunstenaaren, in andere Landen genomen; hoe veel wegs een lighaam, dat vry neervalt, in de eerste secunde aflegt; en welk een gedaante van den Aardkloot daar uit moet afgeleid worden, indien men eens onderstellen wil, dat dezelve uit eene gelyksoorti-

ge stoffe bestaat; maar ook om een altoosduurende maate te hebben van den Rhynlandschen voet, zo als ik denzelven met alle omzigtigheid bepaald heb, zonder dat dezelve ooit kan verlooren raaken (h). Ik heb toen bevonden, dat de Rhynlandsche voet staat tot de Koninglyke Parysche als 1391,835 tot 1440, en dat de enkele slinger, die te Leyden zyne schommelingen in ééne secunde volbrengt, de langte heeft van 455,963 Rhynlandsche lynen, of twaalfde deelen van Rhynlandsche duimen, welke overeenkomen met 440,71183 Parysche lynen. In deeze bepaalinge van de evenredigheid tusschen de Parysche en tusschen de Rhynlandsche voet ben ik naderhand bevestigd, wanneer de wydberoemde Sterrekundige, de Heer *de l'Isle*, my een keurige kopere voetmaat toezondt, bevattende twee Koninglyke Parysche voeten, die door den Paryschen Kunstenaar *le Maire* is vervaerdigd, en door den Heer *de Mairan* is goedgekeurd, na dat hy dezelve hadt vergeleeken met de Parysche voetmaat, welke hy gebruikt hadt in het doen van zyne proeven omtrent de langte van den enkelen slinger te Parys, en welke gediend heeft in de meetingen van den Aardkloot in Vrank-

(h) Zie de Verhandelingen van de Hollandsche Maatschappy te Haarlem 3de Deel pag. 419-508. voornaamelyk pag. 441. enz. en pag. 507.

Vrankryk, in Peru, en aan de Kaap de Goede Hoop. Ik vondt, dat deeze voetmaat juiſt overeenkwam met die geene, welke ik in myne Proeven omtrent den Enkelen Slinger gebruikt hadt, en welke door den Heer *Langlois* te Parys op Ebbenhout is geſneeden. Ik heb, met goedvinden van de Heeren Bezorgeren van 's Lands Hooge Schoole hier te Leyden, en van de Heeren Burgermeeſteren deezer Stad, de Rhynlandſche maat van twee voeten volgens myne bepaalingen (i), welke met die van den Heer *Picard* (k) genoegſaam juiſt overeenkomen, op een kopere ſtaaf geſneeden, en dezelve, neffens de bovengemelde Paryſche maat, en nog een derde kopere ſtaaf, (waar op ik volgens de bepaalingen, welke ik uit echte Engelſche voetmaaten heb opgemaakt, en welke genoegſaam juiſt overeenſtemmen met die van de Koninglyke Londenſche Maatſchappy der Weetenſchappen (l), twee Londenſche voeten heb geſneeden,) in een kiſtje gelegd, om op ons *Obſervatorium* ten dienſte der Nakomelingſchap geplaatſt te worden; terwyl de zwaare yzere roede, welke my op de groote Kamer van dat zelfde *Obſervatorium* reeds meer dan één en twintig jaa-

(i) Zie de gemelde Verhandelingen pag. 439. enz.

(k) Ouvrages Adopt. Tom. 4. pag. 313.

(l) Philoſ. Transact. N°. 465. pag. 185. enz.

jaaren gediend heeft, om de hoogte van den *Gnomon* of Zonne–ſtyl te bepaalen, volmaakt zesmaalen die maat van twee Rhynlandſche voeten bevat.

§. XCVIII.

De waare grootte van den Rhynlandſchen voet dus met alle juiſtheid kennende, was het noodig, dat ik de grootte van den Amſterdamſchen voet naauwkeurig onderzogt; dewyl de grootte van de Amſterdamſche ſtoop niet in Rhynlandſche, maar in Amſterdamſche *cubique* of taerling–duimen moeſt worden uitgedrukt; doch hier vond ik een groote onzekerheid. De beroemde *Snellius* (m) ſtelt den Rhynlandſchen voet tot den Amſterdamſchen, als 1000 tot 904; indien dan de Rhynlandſche voet 1392 (eigentlyk 1391,835) van die deelen heeft, waar van 'er 1440 in een Paryſchen voet gaan (§. XCVII.), zo zoude de Amſterdamſche voet 1258,368 of in ronde getallen 1258 van die deelen bevatten, het geen met de bepaalinge van den ſchranderen Wiskunſtenaar, den Heer *Struyck* (n), overeenkomt. Maar ik vond op een Voetmaat, van den beroemden Kunſtenaar *D. Mets* gemaakt, 1254,7523 van die deelen, een middel-

(m) Eratoſth. Batav. pag. 124.

(n) Verhandelinge over de grootte der Aarde pag. 58.

delgetal neemende uit verscheiden meetingen, die zeer weinig van malkander verschilden, en alle door een vergrootend glas zyn gedaan. Uit een maat van 10 Amsterdamsche duimen, welke aan Haar Ed. Mog., de Heeren Gecommitterde Raaden van Haar Ed. Gr. Mog. was overgezonden uit Amsterdam, vond ik maar 1254,44 van die zelfde deelen voor den geheelen Amsterdamschen voet. Om dan uit deeze onzekerheid te geraaken, heb ik verzogt, dat de juiste Amsterdamsche voetmaat volgens den legger, op de Thesaurie aldaar berustende, door den Heer *Mets* in koper mogt worden gesneeden; en uit deeze maat, (die geauthentiseerd is door den Heer *Pieter van Berendregt*, Contrarolleur Ykmeester der Schepen), bleek het, dat de Rhynlandsche voet staat tot den Amsterdamschen als 1392 tot 1254,776; waar in ik my bediend heb van een keurigen staafpasser met zeer fyne punten, en van een vergrootend glas.

§. XCIX.

Volgens deeze maat (§. XCVIII.) heb ik de grootte van de Amsterdamsche stoop op drie byzondere wyzen bepaald: my waren, naamelyk, van wegen Haar Ed. Mog. drie rood-kopere vaten ter hand gesteld, die de gedaante van Cylinders hadden, en die als meesterstukken me-

mogen aangemerkt worden, zynde overal even wyd, en volmaakt glad van binnen. In den omtrek van deeze Vaten waren niet verre van den bovensten rand twee poortjes gemaakt, middellynig tegens malkander overstaande en met rechte scherpe kanten van onderen, die de hoogte van het vat bepaalen; dewyl het vogt als het hooger komt dan deeze scherpe onderkanten, door de poortjes weg loopt; het geen echter belet kan worden door twee ebbenhoute stopsels, die met kopere ketentjes aan het oor, waar mede deeze vaten voorzien zyn, om niet verlooren te worden, zyn vastgemaakt. Het grootste van deeze vaten, (die alle geauthentiseerd zyn, als overeen komende met de stoop-maaten, op de Thesaurie der stad Amsterdam berustende) is de juiste maate van een Amsterdamsche stoop, de twee kleindere, van verschillende hoogte en wydte, zyn de maate van een halve stoop. Deeze vaten nu heb ik in de *eerste* plaats, ledig zynde, volgens de geauthentiseerde Amsterdamsche voetmaat, zo in hunne hoogte tot aan de scherpe onderkanten van de poortjes, als in hunne wydte gemeeten, om daar uit, volgens de gronden der Meetkunst, derzelver lighaamelyken inhoud in het afgetrokkene te bepaalen, en te zien, hoe veel dit zoude verschillen met de meetingen, welke ik omtrent dezelven, na dat zy op tweederley wyze gevuld waren, heb verricht.

ticht. De hoogte en wydte heb ik gemeeten met een ſtaalen ſtaafje, dat een fyn dik is; waar op ik een fyn tekentje ſtelde op de gevonden hoogte of wydte; waar na ik de langte overbragt op een fyn-verdeelde kopere ſchaal, waar mede ik ook de langte van den Amſterdamſchen voet had bepaald. De Amſterdamſche voet bevatte op deeze ſchaal 1207 deelen; derhalven ſtondt altoos 1207 tot 11 duimen, als de gevonden hoogte of wydte, volgens die zelfde ſchaal uitgedrukt, tot het getal der Amſterdamſche duimen, die de hoogte of wydte uitmaaken.

1ste PROEVE.

De hoogte van de geheele ſtoop vond ik gelyk aan 7,21789 Amſterdamſche duimen, de wydte =4,97597 duimen; volgens de bovengelegde gronden (§. LXXI.) is de inhoud van dit vat gelyk aan 140,3643 taerling-duimen; gelyk men vindt, als men het vierkant van de wydte vermenigvuldigt door 3,141593, deeze uitkomſt vermenigvuldigt door de gevondene hoogte, en dit laatſte getal deelt door 4.

De *Logarithmus* van $\overline{4{,}97597}^2$ is	1,3937560
— — — van 3,141593	0,4971499
— — — van 7,21789	0,8584106
De ſomme der *Logarithmen*	2,7493165
De *Logarithmus* van 4. —	0,6020600
Het overſchot — — —	2,1472565

is de *Logarithmus* van 140,3643.

H 2de

II^de PROEVE.

De gestelde tekentjes op het staale staafje uitgewist hebbende, mat ik op nieuw de diepte en de wydte; en vond de diepte of hoogte juist 7,21789 duimen, en voor de wydte 4,97909. Hier uit kan men opmaaken, dat de inhoud was van 140,8786 taerling-duimen.

III^de PROEVE.

Op nieuw de hoogte of diepte, en de wydte meetende, door een vergrootend glas, vond ik voor de eerste 7,21972, voor de tweede 4,97962 duimen; dus is de inhoud = 140,6023 taerlingsche duimen.

Een *vierde* Proeve gaf juist het zelfde met de derde; en een middelgetal uit deeze vier Proeven leverde voor den inhoud van de stoop 140,6119 taerling-duimen.

Doch het vat in het midden van zynen bodem meetende, in plaats van aan de kanten, ontdekte ik een kleine bultigheid, die genoegsaam een klein stuk van een kloot uitmaakte, en de hoogte hadt van 0,0227842 van een Amsterdamschen duim. Stel Fig. 11. CD=0,0227842; dewyl AC, of de halve wydte bekend is, zynde =2,48803, zo vindt men voor de middellyn van den kloot, waar uit de bultige bodem als gesneeden is, 271,7158 (nademaal DC : AC = AC : CE, en DE=DC+CE). Derhalven is een

een grootſte Cirkel van deezen kloot (als men voor den omtrek van een Cirkel, wiens middellyn is = 1, ſtelt o, en voor de gevonden middellyn DE ſtelt a) gelyk aan $\frac{o a^2}{4}$; en de geheele oppervlakte van den kloot $= o a^2$ (o). Vervolgens is de oppervlakte, die met den boog BAC overeenkomt, of door de omwentelinge van deezen boog om den as DC wordt beſchreeven, gelyk aan $o a \times DC$ (dewyl (p) $a : DC = o a^2 : s$, indien voor de oppervlakte van dit klootſche ſtuk s geſteld wordt): derhalven is de inhoud van het gedeelte van den kloot, dat door omwentelinge van den Cirkel-ſnyder (*Sector*) ADBF om den as DF gebooren wordt, gelyk aan $\frac{1}{3} \times o a \times DC \times DF = \frac{1}{6} o a^2 \times DC$ (q). De inhoud van den Kegel ACBF, of die uit de omwentelinge van den driehoek AFB om den as FC wordt voortgebragt, is (als de middellyn van het vat, of AB gelyk geſteld wordt aan b) gelyk aan $\frac{o b^2}{4} \times \frac{1}{3} CF = \frac{1}{12} \times o b^2 \times CF$ (r): derhalven is de bult, die binnen in het vat door den uitpuilenden bodem gemaakt wordt, gelyk aan $\frac{1}{6} o \times a^2 DC - \frac{1}{12} o \times b^2 CF$

$$= \frac{1}{6} o \times \overline{a^2 DC - \tfrac{1}{2} b^2 CF} = \frac{3,141593}{6} \times \overline{1082,145 - 1081,720}$$

$$= \frac{3,141593 \times 0,425}{6} = 0,22253$$ van een *cubiquen* duim; zo dat de inhoud van de geheele ſtoop, na deeze ver-

vér-

(o) *Archimedes* de Sphæra & Cylindro Lib. 1. prop. 37.
(p) *Archimedes* l. c. prop. 50.
(q) *Archimedes* l. c. prop. 51.
(r) *Euclides* XII. B. 10. Voorſt.

beteringe, is $=140,6119-0,22253=140,38937$ taerlingsche duimen. Het zelfde heb ik gevonden door de *Fluxie*-rekeningen, welke ik, om dat zy by Wiskunstenaaren, die zig maar eenigermaaten geoeffend hebben, ten vollen bekend zyn, hier niet zal opgeeven.

Op dezelfde wyze heb ik de grootte der halve stoopen bepaald. De *wydste halve stoop* vond ik in de

Iste PROEVE.

5,61392 duimen hoog, en 4,00083 duimen wyd; de inhoud derhalven is $=70,5758$, en die van de geheele stoop 141,1516 taerlingsche duimen.

IIde PROEVE.

De hoogte was 5,61392, en de wydte 3,99718 duimen; by gevolg de lighaamelyke inhoud $=70,4472$; en derhalven die van de geheele stoop $=140,8944$ taerlingsche duimen.

IIIde PROEVE.

De hoogte vond ik $=5,61939$, en de wydte $=3,99445$ duimen; dus was de inhoud $=70,4124$, en die van de geheele stoop 140,8388 *cubique* duimen.

Uit deeze drie Proeven een middelgetal neemen-

mende, vindt men 140,9616 taerlingſche duimen.

Maar ik ontdekte in den bodem van deeze maat ook een kleine bultigheid, die als een ſtuk van een kloot kan aangemerkt worden, welke de hoogte hadt van 0, 0091134 duimen; weshalven 0,057176 van een *cubique* duim van het gevonden middelgetal voor de geheele ſtoop moeten afgetrokken worden; zo dat 'er 140,904424 taerlingſche duimen overblyven voor den inhoud van de ſtoop.

Den inhoud van *de hoogſte*, doch *naauwſte halve ſtoop*, op dezelfde wyze onderzoekende, vond ik in de

Iſte PROEVE.

6,36305 duimen voor de hoogte, en 3,75476 duimen voor de wydte; de inhoud derhalven is 70, 4564, en die van de geheele ſtoop 140,9128 taerlingſche duimen.

IIde PROEVE.

De hoogte was dezelfde, als in de eerſte meetinge; de wydte 3,75385 duimen; by gevolg de inhoud =70,4222, en die van de geheele ſtoop 140,8444 taerling-duimen.

IIIde PROEVE.

De hoogte vond ik =6,36578, de wydte

 3,75476;

3,75476; de inhoud derhalven was = 70,4867, en dus die van de geheele stoop = 140,9734.

Uit deeze drie bepaalingen een middelgetal trekkende, heeft men voor den lighaamelyken inhoud van de stoop 140,9102 *cubique* duimen; welk getal geen verbeteringe noodig heeft, dewyl de bodem genoegsaam volmaakt vlak en effen was.

Uit deeze drie middelgetallen wederom een middelgetal neemende, vond ik voor den lighaamelyken inhoud van een stoop 140,7345 taerling-duimen.

§. C.

Deeze Meetkundige bepaalinge konde, op zig zelve aangemerkt, aan het oogmerk niet voldoen, dewyl een Water-yker niet onderzoekt, hoe groot de inhoud, of holligheid van de stoop is, waar mede hy de vaten, of ook de grootere maaten, welken hy in het onderzoeken der vaten gebruikt, gewoon is te vullen; maar hoeveel vogts daar in is begreepen. Om dit na te speuren, heb ik niets veiliger gevonden, dan het gewigt van het bevatte vogt te bepaalen door keurige Balancen en juiste gewigten. Indien ik het gewigt van een Amsterdamschen taerlingschen voet water naauwkeurig konde ontdekken, zoude het ligt vallen den inhoud van allerley vaten

te

te bepaalen, zonder my bloot te ftellen aan duizend misflagen, die men begaan kan, als men een vat van eene aanzienlyke grootte op de juifte maat wil laaten maaken, dat een bepaald getal van ftoopen bevat; nademaal zulke vaten veel gemaklyker op het papier getekend, dan ter uitvoer gebragt worden, wegens verhinderingen, die men niet kent, als men niet dagelyks zulke kunftoeffeningen bywoont.

§. CI.

Uit de *Manufcripten* van den Heer Burgemeefter *Hudde*, welken ik door de gunftige toelaatinge van een aanzienlyk Heer in deeze Provincie een' geruimen tyd heb mogen doorfnuffelen, is my gebleeken, dat zyn Wel-Ed. Gr. Achtb. het gewigt van een *cubiquen* voet Ye-water gelyk ftelde, aan 46 ponden, door welken zekerlyk Amfterdamfche ponden moeten verftaan worden; maar hier in durfde ik niet beruften, eensdeels om dat ik niet wift, of die Heer, fchoon zeer naauwkeurig in alle zyne verrichtingen, deeze proeven met een oogmerk gedaan hadt, of hadt laaten doen, waar in zodanig een juiftheid vereifcht wierdt, als hier moet plaats hebben; anderdeels om dat ik het gevoeglyker vond de proeven te doen met regenwater, nademaal dit in de meefte Steden tot de

water-yk gebruikt wordt, kunnende het gragt-water als regen-water worden gerekend, terwyl ik geen gelegenheid had om de waare reden van de zwaarte van het Ye-water tot het regen-water naar behooren te onderzoeken.

§. CII.

Dewyl ik nu de reden van den Rhynlandschen voet tot den Amsterdamschen met de uiterste naauwkeurigheid had bepaald, zo konde ik de zwaarte van een Amsterdamschen taerling-voet regen-water met weinig omslag vinden, als het gewigt van een *cubiquen* Rhynlandschen voet bekend was. Maar schoon verscheide groote Mannen proeven gedaan hebben om dit gewigt te ontdekken, echter vond ik tusschen hunne bepaalingen grooter verschil, dan hier ter plaatse diende bespeurd te worden. De Heer Professor *Snellius* (s) heeft al in het Begin der naastvoorgaande eeuw zeer veel moeite gedaan om het gewigt van een Rhynlandschen taerling-voet regen-water en put-water te bepaalen, daar toe een vat gebruikende, dat uit twee Cylinders was te zamen gesteld, zo dat, om juist te weeten, wanneer het vat vol was, op een Cylinder van een halven voet hoog, en een halven

(s) Eratosth. Batav. p. 150-156.

ven voet wyd, wiens bodem en dekfel beftonden uit platte en aan malkander evenwydige plaaten, een kleinder Cylinder gefteld en vaft gehecht wierdt van $\frac{1}{12}$ van een Rhynlandfchen voet hoogte en wydte. In het dekftuk van den grooten Cylinder maakte hy een klein gaatje, om de lugt te laaten wegvliegen, als het water in deezen zamengeftelden Cylinder wierdt gegooten, en denzelven dus volkomen, zonder lugtbellen over te laaten, te kunnen vullen. Dus zogt de Heer *Snellius* de bultigheid van de oppervlakte des waters voor te komen, die anders altoos plaats heeft, als een vat tot aan zyn uiterfte randen wordt gevuld, wegens de kleevendheid der waterdeelen en andere redenen. Dit vat woog, ledig zynde, 3 ℔, 4 oncen, 5 dragmen en 18 greinen, of, gelyk de Heer *Snellius* het uitdrukt, 3 ponden, 4½ oncen, en 104 Hollandfche greinen, dat is, aazen, alle Amfterdamfch gewigt. Dit zelfde vat, met *overgehaald regen-water* gevuld zynde, woog 9½ ℔, en zeven tagtigfte deelen van een once, of 56 Hollandfche greinen, dat is 9 ℔, 8 oncen, 0 dragmen en 56 Hollandfche greinen (zo als *Snellius* fpreekt,) dat is, 56 aazen, waar van 'er 640 in een once gaan, zo dat 56 aazen 42 greinen uitmaaken. Met *gemeen bezonken regen-water* gevuld zynde, woog het vat 9 ℔, 8½ oncen, of

 9 ℔,

9 ℔, 8 oncen, 3 dragmen. Met *put-water* gevuld zynde, was het gewigt $9\frac{1}{2}$ ℔, $\frac{5}{8}$ oncen of 400 aazen, dat is 9 ℔, 8 oncen, 5 dragmen. Het gewigt van het *overgehaalde regen-water* alleen is derhalven, volgens *Snellius*, 6 ℔, 3 oncen, en 272 aazen, of 6 ℔, 3 oncen, 3 dragmen en 24 greinen (schoon by den Heer *Snellius* door een drukfeil staat 6 oncen in plaats van 3). Het gewigt van het *bezonken regen-water* is 6 ℔, 3 oncen (niet 7, gelyk wederom door een drukfeil geleezen wordt) 136 aazen, of 6 ℔ $3\frac{17}{80}$ oncen, dat is 6 ℔, 3 oncen, 5 dragmen, 42 greinen: want als men van 9 ℔, 8 oncen en 3 dragmen aftrekt 3 ℔, 4 oncen, 5 dragmen en 18 greinen, blyven 'er 6 ℔, 3 oncen, 5 dragmen en 42 greinen over; of als men van 9 ℔, $8\frac{3}{8}$ oncen aftrekt 3 ℔ $4\frac{1}{2}$ oncen, en 104 aazen, blyven 'er over 6 ℔, 3 oncen, 456 aazen, dat is $\frac{57}{80}$ van een once. Het gewigt van het *put-water* alleen, is, volgens de rekeninge van den Heer *Snellius*, 6 ℔ $4\frac{3}{5}$ oncen, (niet 8 oncen en 296 aazen, gelyk wederom door een drukfeil geleezen wordt): maar het verschil tusschen $9\frac{1}{2}$ ℔, $\frac{5}{8}$ oncen, en 3 ℔, $4\frac{1}{2}$ oncen en 104 aazen is gelyk aan 6 ℔, 3 oncen, 7 dragmen en 56 aazen; of 6 ℔, 3 oncen, en 616 aazen; zo dat hier een kleine misslag door den Heer *Snellius* begaan is.

Ik zal alleen maar de zwaarte van een taerling-

voet

voet bezonken regen-water berekenen, om dat ik my van zulk water in myne proeven, welken ik in het vervolg zal voordraagen, bediend heb. Dewyl de middellyn en de hoogte van den grooten Cylinder gelyk waren aan een halven Rhynlandschen voet, zo was de lighaamelyke inhoud

$$=\frac{3,141593 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,5}{4}=0,0981748$$ van

een' taerlingschen voet. De inhoud van den kleinen Cylinder, wiens middellyn en hoogte beide zyn

$$=0,1 \text{ , is } \frac{3,141593 \times 0,1 \times 0,1 \times 0,1}{4}=0,00078539\dot{8};$$

derhalven de inhoud van beiden te zamen is 0,098960198. Nu is 0,098960198 : 6 ℔, 3 oncen en 456 aazen (= 63816 aazen) = 1 : 62,975 ℔, welke myne berekeninge met de bepaalinge van *Snellius* overeenkomt; zo dat een taerling-voet bezonken regen-water weegt volgens deeze proeve, die den laatsten dag van Mey gedaan is, 62,975 ℔ = 62 ℔, 15 oncen, 4 dragmen en 48 greinen Amsterdamsch gewigt.

§. CIII.

De zwaarte van een taerlingschen Rhynlandschen voet water is hier te Leyden ook door anderen van onze Hoogleeraaren ondertogt; maar in de meeste proeven heb ik niet durven berusten. De Heer Professor *de Volder* vondt in het

jaar

jaar 1686. voor een *cubiquen* voet 63 ℔, 4 oncen, 7 dragmen en 36 greinen, volgens het getuigenisse van den Heer *van Musschenbroek* (t): maar ik weet niet, of hy regen-water, dan of hy put-water gebruikte, ook niet, of hy Amsterdamsch gewigt verstaat. De Professor *Senguerd* (u) ging ruuwer te werk, en stelde het gewigt van een taerlingschen voet regen-water op 67 ponden, het welk te verre buiten den haak is, dan dat het in aanmerkinge kan komen. Het schynt, dat de Heer *Senguerd* denzelfden koperen taerling gebruikt heeft, waar van zig naderhand myn groote Leermeester, de Heer *'s Gravesande* heeft bediend, wanneer hy voor het gewigt van een taerling-voet water vondt 63 ℔, 7 oncen, 2 dragmen en 40 greinen (v). Ik heb dien zelfden taerling, die onder de Natuurkundige Werktuigen van 's Lands Universiteit berust, en door den Heer *Samuel van Musschenbroek* gemaakt is, naauwkeurig onderzogt, en daar mede proeven omtrent de zwaarte van een *cubiquen* voet bezonken regenwater, den 11. Mey 1763. gedaan, staande de Ther-

(t) Introd. ad Philos. Nat. §. 1449. In de Schriften van den Heer *de Volder* heb ik dit niet kunnen vinden.

(u) Connub. Rat. & Exper. pag. 258.

(v) Elem. Phys. Math. §. 1551. alwaar niet met volle zekerheid blykt, of de Heer *'s Gravesande* regen-water genomen heeft.

Thermometer van *Prins* op 59½ gr.; volgens welken het zelve gelyk is aan 63 ℔, 5 oncen, 6 dragmen en 32 greinen, het geen niet zeer veel verschilt van de bepaalinge van den Heer *'s Gravesande.* Maar toen ik deezen koperen taerling naauwkeuriger beschouwde, vondt ik, dat hy noch zyn rechte maat van 6 Rhynlandsche duimen heeft, noch ook volkomen in den haak is; weshalven ik ook hier in niet durfde berusten. De Heer *van Musschenbroek* heeft ook de zwaarte van een taerlingschen voet put-water nagegaan, dat, zo hy meende, het zelfde was met het geene, dat door *Snellius* was onderzogt, zig verbeeldende in het huis van *Snellius* te woonen: uit vier proeven, in de jaaren 1740, 1743, 1744 en 1752 op verschillende hoogten van den Thermometer gedaan, een middelgetal neemende, zoude een taerling-voet put-water de zwaarte hebben van 63 ℔, 2 oncen, 5 dragmen en 24⅖ greinen. Edoch op deeze proeven mogt ik niet vertrouwen, eensdeels om dat dezelve alleen gedaan zyn met een taerling van drie duimen, bevattende dus maar 27 *cubique* duimen; anderdeels om dat de Heer *van Musschenbroek* put-water gebruikt heeft, dat in verschillende putten zeer verschillende, en zwaarder is dan bezonken regen-water, gelyk uit de proeven van *Snellius* blykt, die een taerlingschen Rhynlandschen voet put-water gelyk stelt aan 63,4488211 pon-

ponden Amsterdamsch gewigt, schoon de Heer *van Musschenbroek* (w) in zyne lyst van de soortelyke zwaarte der lighaamen, de zwaarte van put-water tot die van regen-water stelt als 999 tot 1000. De waare zwaarte dan van het put-water, dat de Heer *van Musschenbroek* gebruikt heeft, niet weetende, in vergelykinge van het regen-water, waar van men zig in het yken bedient, heb ik zelf naauwkeuriger bepaalingen gezogt te maaken.

§. CIV.

Ik liet, om de proeven te beginnen door onzen beroemden Leydschen Werktuig-kundigen, den Heer *Jan Paau*, een koperen taerling maaken, die juist in den haak was, en wiens zyden gelyk waren aan 3 Rhynlandsche duimen. Deezen hing ik met een paards-hair aan een keurige balance, en bragt deeze in de lugt in evenwigt met 1 ℔, 2 oncen, 4 dragmen en 54 greinen *Troys* gewigt, (het geen ik overal gebruikt heb). Vervolgens liet ik den 25. Mey 1763. deezen taerling neer in bezonken regen-water, alle lugtbellen daar van afweerende, terwyl de Thermometer van *Prins* stondt op 54 graaden; wanneer hy in evenwigt stondt met 2 oncen, 7 drag-

(w) l. c. §. 1417. pag. 558.

7 dragmen en 44½ greinen; derhalven was het gewigt verminderd 15 oncen, 5 dragmen, 9½ greinen. Dit verlooren gewigt is gelyk aan het gewigt van het water, dat door deezen taerling uit zyn plaats wordt gestooten, volgens de regelen der Waterwigt-wigtkunde (x); en derhalven is het gewigt van 27 taerling-duimen water gelyk aan 15 oncen, 5 dragmen, 9½ greinen. Dewyl nu een taerling van 3 duimen, of van 27 *cubique* duimen 64 maalen vervat is in een taerling van 12 duimen, of in eenen *cubiquen* voet, zo moet het gevonden gewigt door 64 vermenigvuldigd worden, en men verkrygt 62 ℔, 9 oncen, 2 dragmen en 8 greinen. Het zelfde vond ik den 18. Juny 1763, staande de Thermometer op 67 graaden; op welken tyd ik ook een diergelyke proeve nam met het putwater ten huize van den Heer *Paau*, en vond de zwaarte van een taerlingschen voet gelyk aan 62 ℔, 9 oncen, 7 dragmen, en 28 greinen.

§. CV.

Dewyl ik met de uiterste naauwkeurigheid het gewigt van een Rhynlandschen taerlingschen voet regen-water moest weeten, om daar uit het gewigt van een Amsterdamschen taerling-voet

(x) *'s Gravesande* Elem. Phys. Math. §. 1478.

voet te kunnen opmaaken, heb ik op deeze proeven met een kleinen taerling niet willen vertrouwen: maar ik liet, met kennisse en goedvinden van H. Ed. Mog., de Heeren Gecommitteerde Raaden, eenen anderen taerling maaken van 6 duimen aan alle zyne zyden, bevattende dus 216 *cubique* duimen. Deeze, met een dun zyden snoer aan eene uitmuntende balance opgehangen zynde, woog den 18. Juny 1763. in de open lugt juist 8 ℔, waar toe ik hem had gebragt met het inwerpen van hagel-korrels in zyn binnenste holligheid, die met een schroef water-digt konde gesloten worden. In bezonken regen-water neergelaten zynde, woog hy 2 oncen, 6 dragmen en 15 greinen, staande de Thermometer op 67 graaden, en hadt dus door de indompelinge in het water 7 ℔, 13 oncen, 1 dragme, en 45 greinen verlooren, het welk het gewigt is van 216 taerling-duimen regen-water. Dit gewigt, vermenigvuldigd zynde door 8, gaf voor de zwaarte van 1728 taerling-duimen, of van een taerling-voet regen-water, 62 ℔, 9 oncen & 6 dragmen, dat is 62,609375 ℔. Deeze proeve heb ik op verschillende tyden herhaald, en steeds byna denzelfden uitslag gevonden op eenige weinige greinen na. By voorbeeld, den 11. Juny 1763. was by de Thermometers hoogte van 64 graaden het gewigt 62 ℔, 9 oncen, 5 dragmen en 36 greinen. Den 13. Juny

Juny by de *Thermometers* hoogte van 65 graaden, 62 ℔, 9 oncen, 5 dragmen, 4 greinen. Den 17. Juny, de taerling schoongemaakt en vernist zynde, 62 ℔, 9 oncen, 6 dragmen; staande de *Thermometer* op 63½ graaden. Genoegsaam hetzelfde vond ik den 4. Augustus 1763. in één van de vertrekken van H. Ed. Mog. de Heeren Gecommitteerde Raaden, in tegenwoordigheid van veele Heeren uit dat Collegie, staande de *Thermometer* ten naasten by op 63 graaden.

§. CVI.

Als men nu deeze laatste proeven (§. CV.) verkiest boven die geenen, welke ik met den taerling van drie duimen gedaan heb, om dat men minder aan misslagen onderhevig is met grootere, dan met kleindere taerlingen, zo zal het gemakkelyk vallen de zwaarte van een Amsterdamschen taerlingschen voet, of van 1331 Amsterdamsche taerling-duimen te bepaalen: want, dewyl de lighaamelyke inhoud van een taerlingschen Rhynlandschen voet staat tot den lighaamelyken inhoud van een taerling-voet Amsterdamsche maat als $\overline{1392}^3$ tot $\overline{1254,776}^3$ (§. XCVIII.) zo is

 $\overline{1392}^3$

$\overline{1392}^3$	*Log.*	9,4309176
$\overline{1254,776}^3$		9,2956977
62,609375 ℔		1,7966394
		11,0923371
45,8585 ℔		1,6614195

Weshalven een taerling–voet bezonken regen-water de zwaarte heeft van 45,8585 ℔, dat is, 45 ℔, 13 oncen, 5 dragmen en 53½ greinen *Troys* gewigt. Indien men nu, volgens de bepaalingen van den Heer *van Musschenbroek* (y) wil stellen, dat een once *Troys* gewigt twee greinen ligter is dan een once *Amsterdamsch* gewigt, zo zal, als men in beide de gewigten 16 oncen voor één pond rekent, een *Rhynlandsche* taerling–voet in zwaarte gelyk zyn aan 62,3485 ℔, en een *Amsterdamsche* taerlingsche voet aan 45,6674 ℔, of 45 ℔, 10 oncen, 5 dragmen en 26 greinen *Amsterdamsch* gewigt.

§. CVII.

Men kan uit myne proeven ook opmaaken, hoe zwaar een *cubique* voet bezonken regen–water is by andere Volkeren. By voorbeeld, de Koninglyke Parysche voet staat tot den Rhynlandschen als 1440 tot 1392 (eigentlyk tot 1391.

(y) Introd. ad Phil. Nat. §. 1416.

1391,835). Derhalven is $\overline{1392}^3 : \overline{1440}^3 =$ 62,609375 ℔ : 69,3121. De Fransche Natuurkundigen stellen doorgaans 70 ℔; maar zy verschillen anders veel in hunne bepaalingen. *Mariotte* (z) rekende het gewigt op 70 ℔; uit de proeven van den Heer *Röemer* moet men opmaaken, dat het is 69 ℔ en 12 oncen; uit die van den Heer *Picard* 69 ℔, 9 oncen, 3 dragmen, en 20 greinen; uit die van de Heeren *de la Hire* en *Boulduc* 69 ℔, 1 once, 4 dragmen, en 26 grein; welke verschillen, ten minsten voor een gedeelte, kunnen voortkomen, uit de verscheidenheid van warmte, waar in de proeven gedaan zyn (*a*); maar het kan ook voor een groot gedeelte herkomstig zyn, uit de meer, of minder omzigtigheid, waar mede de proeven gedaan en de werktuigen gemaakt zyn: hier toch wordt meer omzigtigheid vereischt, dan men in den eersten opslag zoude denken, daar de zaak zeer eenvouwdig schynt. Maar om een vergelykinge te kunnen maaken tusschen de bepaalingen van de Fransche Heeren en tusschen de myne, zoude men moeten nagaan, welk een evenredigheid de Paryſche en de Amsterdamsche gewigten tot malkander hebben; het geen ik tot een nadere gelegenheid zal spaaren, dewyl het wel

(z) Oeuvres pag. 485.

(a) *Belidor* Arith. Hydraul. P. 1. Tom. 1. pag. 134. suiv.

wel de moeite waerdig zal zyn, dat men ook de gewigten, die hier te Lande en elders in gebruik zyn, met malkander vergelyke, en de reden, die zy tot malkander hebben, op vaste gronden bepaale. Als men een once *Troys* gewigt (zo als het in Engeland gebruikelyk is) stelt tot een *Parysche* once, als 64 tot 63 (b), zo zoude 69, 3121 ℔ *Troys* gewigt 70, 4123 ℔ Parysch gewigt uitmaaken.

§. CVIII.

De zwaarte van een taerling-voet Amsterdamsche maat bepaald hebbende, konde ik alleen door het gewigt ontdekken, hoe veele taerling-duimen in een stoop, of eenige andere maat zyn begreepen; zelfs zoude men dit kunnen uitstrekken tot groote vaten, als men maar het gewigt dèr ledige, doch vogtige vaten vooraf kende, en daar na dezelven weegt, als zy met bezonken regen-water gevuld zyn. Ik heb dan de bovengemelde stoopmaat en halve stoopmaat (§. XCIX.) op tweederley wyze gevuld; *voor eerst* stopte ik de poortjes met de ebbenhouten stopsels; vervolgens liet ik de vaten tot boven aan de randen vullen met bezonken regen-water, staande de stoopen en halve stoopen

(b) Philos. Trans. N. 465. pag. 187.

pen op een vlak, dat volmaakt waterpas lag. Voorts trok ik de ſtopſels uit, en liet zo veel water wegloopen, als 'er zig van zelfs door de poortjes wilde ontlaſten; na dat ik een geruimen tyd had gewagt, om aan het water tyd te geven om weg te loopen, ſtopte ik de poortjes op nieuw, en liet het vat, dus gevuld zynde, op een zeer naauwkeurige ſchaal zetten, en bepaalde dus het gewigt van het zelve; als dan het gewigt der ledige vaten bekend was, vondt men ligt, hoeveel het water weegt, dat in de vaten begreepen is. Ik maakte een aanvang met *de geheele ſtoop*, welke, ledig zynde, de zwaarte hadt, met de ſtopſels, van 5 ℔, 9 oncen, 1 dragme, *Troys* gewigt.

I^ste PROEVE.

De gemelde ſtoop woog 10 ℔, 7 oncen, 6 dragmen en 10 greinen, ſtaande de *Thermometer* van *Prins* op 59½—57¼ graaden: het water ſtondt omtrent ¼ van een lyn boven de ſcherpe onderkanten van de poortjes verheven (het geene in alle de proeven plaats hadt, ſchoon die verhevenheid niet altyd juiſt van dezelfde grootte was). Derhalven is het gewigt van het water alleen 4 ℔, 14 oncen, 5 dragmen en 10 greinen.

II^de^ PROEVE.

In dezelfde hoogte van den *Thermometer* was het gewigt van de gevulde ſtoop 10 ℔, 7 oncen, 7 dragmen en 20 greinen; derhalven was het gewigt van het water alleen 4 ℔, 14 oncen, 6 dragmen en 20 greinen.

III^de^ PROEVE.

In dezelfde hoogte van den *Thermometer* was het gewigt van het water alleen 4 ℔, 14 oncen en 7 dragmen.

IV^de^ PROEVE.

De *Thermometer* ſtondt op 67 graaden; het gewigt van het water was 4 ℔, 15 oncen, 6 dragmen en 52 greinen.

De *hoogſte halve ſtoop* op dezelfde wyze gevuld hebbende, was in de

I^ſte^ PROEVE.

Het gewigt van de gevulde ſtoop 5 ℔, 14 oncen, 1 dragme en 30 greinen, ſtaande de *Thermometer* op $59\frac{1}{2}$—$57\frac{1}{2}$ graaden. Deeze halve ſtoop woog ledig 3 ℔, 6 oncen, 7 dragmen en 14 greinen; derhalven was het gewigt van het water alleen 2 ℔, 7 oncen, 2 dragmen en 16 grei-

greinen; en het gewigt van het water in een geheele stoop 4 ℔, 14 oncen, 4 dragmen, en 32 greinen.

IIde PROEVE.

Op dien zelfden tyd vond ik het gewigt van het water alleen 2 ℔, 7 oncen, 3 dragmen en 16 greinen; derhalven woog het water van een geheele stoop 4 ℔, 14 oncen, 6 dragmen, en 32 greinen.

IIIde PROEVE.

De *Thermometer* stondt op 67 graaden; het gewigt van het water was 2 ℔, 7 oncen, 2 dragmen en 1 grein; dus is het gewigt van het water in een geheele stoop 4 ℔, 14 oncen, 4 dragmen en 2 greinen.

De *wydste, doch laagste halve stoop* op dezelfde wyze behandeld en gevuld hebbende, was het gewigt der volle halve stoop in de eerste *Proeve* (in de *Thermometers* hoogte van 59½—57½ graaden) 6 ℔, 1 once, 0 dragmen, en 40 greinen. Het kopere vat woog ledig 3 ℔, 10 oncen; derhalven is het gewigt van het water alleen 2 ℔, 7 oncen, 0 dragmen, en 40 greinen; en dus het water, dat een geheele stoop vult, is in zwaarte gelyk aan 4 ℔, 14 oncen, 1 dragme, en 20 greinen.

 IIde

IIde PROEVE.

Op dezelfde *Thermometers* hoogte was het gewigt van het water alleen 2 ℔, 7 oncen, 1 dragme, 20 greinen; by gevolg is het gewigt van het water, dat een geheele ſtoop uitmaakt, gelyk aan 4 ℔, 14 oncen. 2 dragmen, en 40 greinen.

IIIde PROEVE.

De *Thermometer* ſtaande op 67 graaden, vond ik het gewigt van het water alleen 2 ℔, 7 oncen, 1 dragme, en 30 greinen; derhalven weegt het water van een geheele ſtoop 4 ℔, 14 oncen, en 3 dragmen.

Als men uit deeze tien proeven een middelgetal neemt (ſchoon 'er meer reden is, om op die met de geheele ſtoop gedaan te vertrouwen, dan op die geenen, welke met de halve ſtoopmaaten zyn genomen) vindt men, dat het water, op deeze wyze in de Amſterdamſche ſtoop bevat, in gewigt gelyk is aan 4 ℔, 14 oncen, 4 dragmen, 44,8 grein, of 4,91208 ℔.

Hier uit ziet men, dat de hoeveelheid van bezonken regen-water, welke op deeze wyze in de Amſterdamſche ſtoop gaat, gelyk is aan 142, 5685 taerling-duimen, Amſterdamſche maat, (welke ik in het vervolg altoos zal onderſtellen,

ſtellen, indien ik het tegendeel niet te kennen geeve) want

45,8585	*Log.*	1,6614195 (c)
1331		3,1241781
4,91208		0,6912657
		3,8154438
142,5685		2,1540243

Het gewigt toch van den geheelen Amſterdamſchen taerling-voet ſtaat tot het getal der taerling-duimen daar in begreepen, als het gewigt van het water, dat een ſtoop uitmaakt, ſtaat tot het getal der *cubique* duimen in de ſtoop bevat.

§. CIX.

De zeer bedreeven Amſterdamſche Wynroyer *J. van Staten* heeft my bericht, dat hy voor het gewigt van een Amſterdamſche halve ſtoop gevonden hadt 2 ℔, 14 lood, 5 engels en 10 aazen, Amſterdamſch gewigt; dewyl 20 engels een once uitmaaken, en 32 aazen een engels, zo gaan 'er in een once 640 aazen; derhalven is het gewigt van de halve ſtoop 2 ℔, 7 oncen, 2 dragmen en 7½ greinen; en de geheele ſtoop weegt 4 ℔, 14 oncen, 4 dragmen en

(c) Zie §. CVI.

en 15 greinen Amsterdamsch gewigt. Indien nu 478 greinen Amsterdamsch gewigt 486 greinen *Troys* gewigt uitleveren (§. CVI.), zo is het gewigt van het regen—water, dat in de geheele stoop bevat is, 4 ℔, 14 oncen, 6 dragmen, 52,7 greinen *Troys*. Derhalven zoude de inhoud van de stoop zyn van 143,052 taerlingduimen; dewyl 4 ℔, 14 oncen, 6 dragmen en 52,7 greinen, gelyk zyn aan 4,92874 ℔. Weshalven, op dezelfde wyze als boven (§. CVIII.) rekenende, is

	45,8585 *Log.*	1,6614195
	1331	3,1241781
	4,92874	0,6927358
		3,8169139
inhoud	143,052	2,1554944

Het verschil tusschen de uitkomst van deeze Proeve, en tusschen die van de mynen, kan alleen hier uit herkomstig zyn, dat ik een middelgetal genomen heb uit alle proeven, ook uit die geenen, die met de halve stoopen zyn gedaan; daar de proeve, door den Wynroeyer van Staten genomen, alleen met de geheele stoop of met een grooter vat, dat met de geheele stoop gevuld was, schynt verricht te zyn. Als ik nu uit de vier proeven met de geheele stoop een middelgetal neeme, vind ik voor het gewigt 4 ℔,

14

14 oncen, 6 dragmen en 20, 5 greinen; het geen maar 32, 2 greinen minder is. Maar ik twyffele niet, of ik zoude een diergelyk, en misschien niet minder verschil gehad hebben; indien ik vier andere proeven met de geheele stoop gedaan had; dewyl het onmogelyk is, om de vaten altyd op juist dezelfde hoogte te vullen, al is het, dat men steeds evenlang wagt met de stopsels in de poortjes te steeken; naar dat de kanten van deeze poortjes natter of drooger, schoonder of vuilder en meer bezwalkt zyn, vindt men ook eenige verscheidenheid in de uitkomsten der proeven.

§. CX.

Op deeze wyze (§. CVIII en CIX.) is de stoop-maat *meer dan vol*; en de Water-ykers, die met de stoop-maat de vaten vullen, zullen 'er altyd nog meer in scheppen dan in §. CVIII. is bepaald, om dat zy weinig tyd geeven aan het water om uit te loopen, of om zydwaards af te vallen, als zy de maat boorde vol scheppen, gelyk genoegsaam altoos geschiedt. Derhalven zal een vat, op deeze wyze gevuld, een kleinder getal van stoopen schynen in te houden dan het waarlyk bevat; en als de *impositien* gesteld zyn op de stoopen, moet dus noodzaakelyk het Gemeene Land een aanzienlyk deel van zyne inkom-

komsten missen; behalven, dat 'er dus geen volkomen gelykheid plaats heeft; door dien 'er zo veel te minder stoopen in een vat zullen gegooten worden, hoe de Water-yker schielyker schept en ingiet.

§. CXI.

Hierom (§. CX.) heb ik de stoop-maat en halve stoop-maaten op een andere wyze gevuld, naamelyk, tot aan de scherpe onderkanten van de poortjes: ik plaatste de vaten wederom op een vlak, dat volmaakt waterpas lag, en liet in dezelve zo lang water gieten, tot dat ik, door het éénе poortje heenziende, uit de spiegeling van de oppervlakte bemerkte, dat dezelve met de scherpe kant gelyk stondt: hier na stopte ik de openingen, en liet het vat, dus gevuld zynde, weegen.

Ik heb de proeven begonnen met de *geheele* stoop-maat, welks gewigt, leedig zynde, was 5 ponden, 9 oncen, 1 dragme, gelyk boven (§. CVIII.).

Iste PROEVE.

De *Thermometer* stondt op 63½ graaden; het vat, gevuld zynde, woog 10 ℔, 7 oncen; derhalven is het gewigt van het water alleen geweest 4 ℔, 13 oncen, en 7 dragmen.

IIde

IIde PROEVE.

In dezelfde hoogte van den *Thermometer* woog het water juist even zwaar, als in de eerste Proeve.

IIIde PROEVE.

In dezelfde hoogte van den *Thermometer* was het gewigt van het water alleen 4 ℔, 13 oncen, 7 dragmen, en 20 greinen.

IVde PROEVE.

In de hoogte van den *Thermometer* van 67 graaden woog het water 4 ℔, 14 oncen, 1 dragmen, en 10 greinen.

Op dezelfde wyze te werk gaande met de *hoogste halve stoop*, vond ik in de

Ide PROEVE.

Het gewigt van de gemelde halve stoop 5 ℔, 13 oncen en 7 dragmen, staande de *Thermometer* op 63½ graaden: het gewigt van het ledige vat was 3 ℔, 6 oncen, 7 dragmen, en 14 greinen; derhalven was het gewigt van het bezonken regen-water daar in vervat, 2 ℔, 6 oncen, 7 dragmen, en 46 greinen; en dus zoude de geheele stoop weegen 4 ℔, 13 oncen, 7 dragmen, en 32 greinen.

IIde

IIde PROEVE.

Op dezelfde *Thermometers* hoogte woog het water alleen 2 ℔, 6 oncen, 7 dragmen, en 36 greinen; by gevolg het gewigt van een geheele ſtoop 4 ℔, 13 oncen, 7 dragmen, en 12 greinen.

IIIde PROEVE.

De *Thermometer* ſtondt op 69 graaden; het gewigt van het water was 2 ℔, 6 oncen, 4 dragmen, en 51 greinen; derhalven het gewigt van de geheele ſtoop 4 ℔, 13 oncen, 1 dragme, en 42 greinen.

De *wydſte halve ſtoop* op dezelfde wyze behandelende, vond ik in de

Iſte PROEVE.

Het gewigt van het gevulde vat 6 ℔, 0 oncen en 6 dragmen; het vat alleen weegt 3 ℔, 10 oncen; derhalven woog het regen-water alleen 2 ℔, 6 oncen, 6 dragmen; by gevolg het gewigt van de geheele ſtoop 4 ℔, 13 oncen, en 4 dragmen. De *Thermometer* ſtondt op 63½ graaden.

IIde PROEVE.

De *Thermometer* op dezelfde hoogte ſtaande, woog het water 2 ℔, 6 oncen, 6 dragmen, en

10 greinen; dus een geheele ſtoop 4 ℔, 13 oncen, 4 dragmen, en 20 greinen.

III[de] PROEVE.

De *Thermometer* ſtaande op 67 graaden, woog het water 2 ℔, 6 oncen, 7 dragmen, en 10 greinen; derhalven de geheele ſtoop 4 ℔, 13 oncen, 6 dragmen, en 20 greinen.

Als men uit deeze tien Proeven een middelgetal neemt, is de zwaarte van het water, dat in de ſtoop begreepen is, wanneer dezelve tot aan de ſcherpe onderkanten van de poortjes is gevuld, gelyk aan 4 ℔, 13 oncen, 6 dragmen, en 9,6 greinen, of 4,860405 ℔.

Dewyl nu 11 duimen in een Amſterdamſchen voet gaan, en dus 1331 taerling-duimen in een taerling-voet, en deeze 1331 taerling-duimen weegen 45,8585 ℔ (§. CVI.), zo vindt men, (ſtellende

45,8585	*Log.*	1.6614195
1331		3,1241781
4,860405		0,6866724
		3,8108505
141,069		2,1494310),

dat 141,069 taerling-duimen een Amſterdamſche ſtoop uitmaaken; zo dat, als tien ſtoopen den taerling uitmaaken van *een Wynroeyers voet*, gelyk

gelyk zommige Schryvers over de Wynroeykunde gewild hebben (d), een Wynroeyers voet zoude zyn $\sqrt[3]{1410,69} = 11,2153$; Amsterdamsche duimen; maar ik zie niet, dat 'er veel nuttigheid te haalen is uit de bespiegelingen van zulk eenen voet; weshalven ik my in het vervolg van deeze benaaminge geheel zal onthouden.

§. CXII.

Schoon nu deeze proeven niet juist met malkander overeenkomen; schoon dit ook niet te wagten is, dewyl 'er meer of minder bultigheid in de oppervlakte van het water gebooren wordt, naar dat de binnenkanten van de kopere vaten meer of minder droog, minder of meer zuiver zyn; echter kan men wegens het groote aantal van proeven veilig in het middelgetal berusten; en, dewyl niemand kan klaagen, dat hy zyn volle maat niet heeft, als de stoop-maat tot aan de scherpe onderkanten der poortjes gevuld is; (nademaal men dan nog 0,3345, of ruim een derde van eenen *cubiquen* duim meer heeft dan de inhoud van de drooge stoop-maaten medebrengt, wegens de bultigheid van de oppervlakte der vogten,) zo zal ik in het vervolg (met goed-

(d) Zie van der Boon Beknopte Wynroeykunde pag. 7.

goedvinden van H. Ed. Mog. de Heeren Gecommitteerde Raaden van H. Ed. Gr. Mog. in Zuidholland) de Amsterdamsche stoop in alle de volgende berekeningen stellen op 141,069 taerling-duimen; wanneer twee Amsterdamsche stoopen ook byna dezelfde betrekking hebben tot de Amsterdamsche voet-maat, als een Engelsche *Ale-Gallon* heeft tot de Engelsche voetmaat; dewyl dezelve 282 Engelsche taerling-duimen bevat (e). Een Amsterdamsche stoop heeft dus ook byna dezelfde betrekkinge tot de Amsterdamsche voet-maat, welke drie Parysche *Pinten* hebben tot de Parysche voetmaat: want, volgens den Heer *Picard* (f), bevat een *Pint*, die te Parys tot legger dient, $47\frac{2}{7}$ taerlingsche Parysche duimen, en dus drie pinten $141\frac{6}{7}$ duimen. Maar eigentlyk zoude de Parysche *Pint* 48 Parysche *cubique* duimen moeten bevatten, als zy $\frac{1}{36}$ van een *cubiquen* voet zal uitmaaken, volgens den Heer Grave *d'Ons-en Bray* (g), al is het dat de *Pint* gevuld is op zodaanig een wyze, als ik in deeze laatste proeven de stoop-maaten gevuld hebbe: want anders, als men de maat zo hoog vult, als mogelyk is, maakt een *Pint* $\frac{1}{37}$ van een taerlingschen Paryschen voet.

§. CXIII.

(e) *Desagulier* Natuurk. 3. D. p. 106.
(f) Ouvrages Adopt. T. 4. pag. 323.
(g) Mem. de l'Acad. 1741. pag. 67.

§. CXIII.

Een Amſterdamſche ſtoop wordt verdeeld in twee *Mingelen*, ook wel in drie *Pinten*, zo dat een Mingelen 70,5345, en een Pint 47,023 taerling-duimen bevat, Een *Aam* heeft te Amſterdam 64 ſtoopen; vier *Ankers* gaan 'er in een Aam, en ieder Anker beſtaat uit 2 *Stee-kannen*; zo dat ieder Stee-kan of *half Anker* 8 ſtoopen, of 16 Mingelens bevat: ieder van deeze Mingelens maaken volgens den Heer *Arbuthnot* (h) twee Engelſche Pinten. Het *Oxhoofd* van Bourdeaux, (dat echter niet onder de geregelde vaten, die hier te Lande aan den Yk onderworpen zyn, mag gerekend worden), bevat 200 Mingelens Wyn en Moer te zamen; maar wordt by den Heer *Arbuthnot* gerekend 12 Stee-kannen, of 192 Mingelens zuivere Wyn in te houden. Hy rekent ook, dat een Rhyns of Moeſelvoedervat, gemeenlyk 14 Amſterdamſche Aamen bevat, dat is, 896 ſtoopen; deezen inhoud ſtelt hy gelyk aan twee Engelſche Tonnen; dus is een Engelſche Ton gelyk aan 448 ſtoopen.

(h) Tables of Ancient Coins Weights &c. Tab. 33.

VI. HOOFD-

VI. HOOFDSTUK.

Over de Cubic-ſtok en deszelfs gebruik.

§. CXIV.

Na dat ik de Meetkundige gronden van de Wyn-roeykunde heb opgegeeven (§. LXV—XCIV.), en de grootte van de Amſterdamſche ſtoop bepaald (§. XCV—CXIII), zoude het niet moeijelyk vallen, om den inhoud der vaten in *ſtoopen* te berekenen, als men weet, hoe veele taerling-duimen daar in zyn begreepen; dewyl men niets anders te doen heeft, dan het gevonden getal van duimen te deelen door 141,069; of als men dezelve in *Mingelens* wil hebben, door 70,5345 enz. het geen vooral op eene gemaklyke wyze geſchiedt, als men zig van de *Logarithmen* weet te bedienen. Maar het is gebleeken (§. LXXVI—XC.), dat, als men den inhoud wat naauwkeurig wil berekenen, hier toe veel tyds en arbeids vereiſcht wordt, en dat 'er meer kundigheid toe noodig is, dan men in eenen Wynroeyer durft onderſtellen; weshalven 'er verſcheiden werktuigen zyn uitgedagt om, met meer gemak en vaerdigheid den inhoud der vaten te vinden. De voornaamſten zyn de *Cubic-ſtok* en de *Quadraat-ſtok*,

 by

by welken ik in het vervolg de *Schuif-schaal* zal voegen: om dan in de natuurlykste order voort te gaan, zal ik een aanvang maaken van den *Cubic-stok*, of de *Taerling-roede*.

§. CXV.

De *Cubic-stok* onderstelt, dat alle vaten, waar op men denzelven gebruikt, aan malkander *gelykvormig* zyn: het is, naamelyk, boven (§. LXXIV en LXXV.) gebleeken, dat niet alleen de lighaamelyke inhouden van gelykvormige Cylinders, maar ook die van alle andere gelykvormige lighaamen tot malkander staan, als de taerlingen der evenredige, of gelykvormige zyden; ja zelfs als de taerlingen der lynen, die op eene gelykvormige wyze in, of op de lighaamen worden getrokken. Als dan de inhoud van een vat bekend is, beneffens een van deszelfs zyden, of lynen, en men vindt in een ander vat de waare grootte van een lyn, die op dezelfde wyze, als in het voorige vat, is getrokken, is de inhoud van het eerste vat, tot den inhoud van het andere, als de taerling van de eerste lyn, tot de taerling van de tweede lyn. Indien, by
Fig. 11. en 12. voorbeeld, de sponts-diepte AD van het groote vat bekend is, beneffens deszelfs inhoud in taerling-duimen, of in stoopen, of in eenige andere maat, zo wordt de inhoud van het kleindere

dere vat, dat aan het grootere gelykvormig is, bekend, als men ad heeft gemeeten; dewyl de inhoud van het groote is tot den inhoud van het kleine, als $\overline{AD}^3$ tot $\overline{ad}^3$. Op dezelfde wyze is de inhoud van het groote tot den inhoud van het kleindere, als $\overline{FE}^3$ tot $\overline{fe}^3$ of als $\overline{GH}^3$ tot $\overline{gh}^3$, of als $\overline{AE}^3$ tot $\overline{ae}^3$. En deeze laatst gemelde lynen worden hier toe het meest gebruikt, dewyl men gelegenheid heeft om AC en AE beide te meeten, en uit derzelver somme een middelgetal te neemen, indien zy een weinig van malkander mogten verschillen.

§. CXVI.

Dewyl het moejelyk valt voor minder geoeffenden om een getal, dat doorgaans uit geheelen en uit gebrokens bestaat, tweemaal in zig zelf te vermenigvuldigen, als men het gebruik niet fix heeft van de *Logarithmen*, en dewyl men meer tyd noodig zoude hebben, dan men, als 'er veele vaten te roeijen vallen, zoude kunnen besteeden, is de *Cubic-stok* uitgevonden, waar op niet de duimen, of halve duimen zyn getekend, maar de getallen der stoopen, die met een bepaald getal van duimen, volgens berekeninge, overeenkomen; schoon het dienstig is, dat naast de *Cubic-stok* ook een verdeelinge in duimen, of halve duimen op dezelfde roede

 worde

worde getekend, gelyk in het vervolg blyken zal.

§. CXVII.

De verdeelingen van den *Cubic-ſtok* worden volgens berekeninge op denzelven geſteld (§. CXVI); maar deeze berekeninge moet de ondervindinge tot een grondſlag hebben; zo dat men vooraf den inhoud van één vat naauwkeurig moet bepaalen, & deszelfs Sponts—diepte AD, Bodems—diepte $BC = FE$, en binnenlangte GH meeten; wanneer de lyn AE of AC (die aan malkander gelyk moeten zyn, als het vat een geregelde gedaante zal hebben) of door meetinge, of ook door rekeninge bekend kan worden: want $AE^2 = AZ^2 + EZ^2$ (i): nu is $AZ = FE + KA$, en $KA = \frac{AD - FE}{2}$. Stel $AD = 53,94$; $FE = 44,06$; $GH = 73,5$; derhalven is $EZ = \frac{1}{2} GH = 36,75$, en $AZ = 44,06 + \frac{53,94 - 44,06}{2} = 49$: bygevolg is $\overline{AE}^2 = \overline{49}^2 + \overline{36,75}^2 = 3751,5625$; en derhalven is $AE = 61,25$. Indien men nu bevondt, dat dit vat *duizend* ſtoopen inhoudt, en een ander vat, aan dit grootere volkomen gelykvormig, wierdt in zyn lyn *ae* gemeeten en deeze bevonden 30,625 dui-

(i) *Euclides* I. B. Voorſt. 47.

duimen, zo zoude men deeze evenredigheid hebben $\overline{61,25}^3 : \overline{30,625}^3 = 1000 : 125$.

Door de *Logarithmen* gaat dit gemakkelyk; naamelyk,

$\overline{61,25}^3$	*Log.*	5,3613183
$\overline{30,625}^3$	—	4,4582283
1000	—	3,0000000
125	—	2,0969100

Weshalven de inhoud van het kleindere vat is gelyk aan 125 ſtoopen. Ik heb het voorbeeld van *duizend ſtoopen* genomen, niet alleen, omdat dit een rond getal is, en dat de *Cubic-ſtokken* doorgaans van 1 tot 1000 ſtoopen worden berekend, gelyk in het vervolg blyken zal; maar ook om dat de afmeetingen, welke ik hier voorgeſteld heb, behooren tot het *denkbeeldige* vat, het welk tot grondſlag verſtrekt heeft in het berekenen van de *Cubic*-roede, die tot hier toe als Legger heeft gediend by H. Ed. Mog. de Heeren Gecommitteerde Raaden; alleen heb ik de lyn A E uit de andere gegeevene berekend, en dezelve verſchillende gevonden van de lyn, die voor 1000 ſtoop was onderſteld, naamelyk, 51, 55. Waar uit deeze bepaalinge, die met de gronden der Meetkunſt niet overeenkomt, is voortgeſprooten, kan ik niet ontdekken.

 §. CXVIII.

§. CXVIII.

De schuinsche lyn AE of *ae*, (die de *Steek-lyn* genoemd wordt) kan by omkeeringe van het Voorstel (§. LXXIV. en LXXV. vergeleeken, §. CXV. en CXVI.) bepaald worden voor allerlei inhouden, als maar de vaten, gelyk ik tot nog toe onderstelle, gelykvormige lighaamen zyn: want, als de Steek–lyn bekend is voor een vat van 1000. stoopen, of van eenige andere bepaalde grootte, vindt men de Steek–lyn voor een ander vat, als men stelt, dat de taerling-wortel van den inhoud des eenen lighaams staat tot de taerling–wortel van den inhoud des anderen lighaams, als de Steek–lyn van het eerste tot de Steek–lyn van het laatste: stel voor de inhouden I en *i*, de Steek–lynen AE en *ae*, zo is (§. CXVII.) $I : i = \overline{AE}^3 : \overline{ae}^3$, en derhalven $\sqrt[3]{I} : \sqrt[3]{i} = AE : ae$ (k). Als $I = 1000$ $i = 125$, $AE = 61,25$, zo vindt men door deezen weg $\frac{\sqrt[3]{125} \times 61,25}{\sqrt[3]{1000}} = \frac{5 \times 61,25}{10} = 30,625$.

§. CXIX.

Op deeze eenvouwdige gronden (§. CXVIII.) steunt de geheele berekeninge van den *Cubic-stok*; maar men dient met alle omzigtigheid na te

(k) *Euclides* V. B. 34. Voorst.

te ſpeuren, hoe groot de inhoud van het vat is, dat men tot een grondſlag der rekeningen wil ſtellen (waar toe zo wel een vat van 100 ſtoopen, als van 1000 kan gebruikt worden, als men maar zorge draagt, dat het niet te klein is); ook moet men, zo veel mogelyk, een vat neemen van een geregelde gedaante, dat is, die het meeſte overeenkomſt heeft met de gedaante der vaten, waar van men zig hier te Lande bedient; dewyl men anders geen gebruik durft maaken van de *Cubic*–roede. Ik heb om deeze redenen niet durven beruſten in het vat, dat tot grondſlag gediend heeft, waar op de oude *Cubic–ſtok* is berekend (§. CXVI.): *voor eerſt* toch is het *een denkbeeldig* vat, welks inhoud denkbeeldig bepaald is volgens den gebrekkigen regel der Wynroeyers (§. LXXIX.): want de rekeninge is op deeze wyze gemaakt (gelyk my uit byzondere aantekeningen is gebleken): de inhoud van den Cirkel, wiens middellyn is 53,94 Amſterdamſche duimen is gelyk aan 2285, 1 vierkante duimen (eigentlyk 2286,83); de inhoud van den cirkel wiens middellyn is 44,06 is $= 1524,6$; de rekenkundige middel–evenredige tuſſchen deeze twee inhouden is $\frac{2285,1 + 1524,6}{2} = 1904,85$ vierkante duimen; deeze inhoud, vermenigvuldigd zynde door de langte van het onderſtelde vat

 $= 73,5$,

=73,5, vondt men voor den lighaamelyken inhoud 140006,475 taerling–duimen; dit getal heeft men gedeeld door 140, (onderstellende, dat 'er 140 taerling–duimen in een Amsterdamsche stoop gaan) wanneer het hoeveelste was 1000 stoop met een zeer kleine breuk (eigentlyk 1000,04625). Maar als men den inhoud van dit vat hadt berekend door den weg, die het allernaaste aan de waarheid komt (§. XC.), zoude men gevonden hebben 143748,75 taerling–duimen: dit zoude, als men de stoop stelt op 141,069 taerling–duimen (§. CXI,) 1018,98 Amsterdamsche stoopen uitleveren. Maar als 'er 143,052 taerling–duimen in een stoop begreepen waren (gelyk men uit de proeve van den Wynroeyer *van Staten* zoude moeten besluiten (§. CIX.), schoon dit te veel is), zoude de inhoud van het vat gelyk zyn aan 1004,87 stoopen: en als men voor de stoop, meer dan vol zynde, neemt 142,5685 taerling–duimen, (§. CVIII.) bekomt men voor den inhoud 1008,277 stoopen. Eindelyk, als men, tegen alle ondervindinge aan, 140 wilde neemen voor een Amsterdamsche stoop, zouden 'er 1031,515 stoopen in bevat zyn. *Ten-tweeden* heb ik in dat denkbeeldige vat (§. CXVII.) niet mogen berusten, om dat het te verre afwykt van de gemeenste gedaante der vaten, als men de sponts–diepte (=53,94) stelt tot de bodems-

diepte

diepte (=44,06), als 100 tot een vierde getal, vindt men voor dit vierde getal 83,13; en dus is het dikbuikiger dan alle de vaten, die tot de soort van de *dikbuikigen* behooren, dewyl in deezen de sponts-diepte staat tot de bodems-diepte, als 100 tot 84. De Nederlandsche vaten hebben ook geensins zulk een gedaante: want, volgens de opgave van den Amsterdamschen Wynroeyer *J. van Staten*, staat de sponts-diepte in *het Aam* tot de bodems-diepte als 22 tot 19,2, of als 100 tot 87,272; in andere Aamen, als 21,8 tot 19,2 (schoon my van dit laatste de bodems-diepte niet is opgegeeven) dat is, als 100 tot 88,73. In het *halve Aam* als 17,6 tot 15,5, dat is, als 100 tot 88,06. In het *Anker* als 14 tot 12, dat is, als 100 tot 85,71. In het *halve Anker*, of *Stee-kan* als 11,2 tot 9,6, dat is, als 100 tot 85,71. In het *halve Oxhoofd* (schoon dit geen Nederlandsch vat, en aan geen Yk onderhevig is) als 20 tot 17,4, dat is, als 100 tot 87; zo dat de gemiddelde reden is als 100 tot 87,08. De langte van het denkbeeldige vat is genomen 73,5; derhalven is de sponts-diepte tot de langte als 53,94 tot 73,5, of als 100 tot 136,28. In het *Aam* staan deeze twee lynen tot malkander als 22 tot 26,1, dat is, als 100 tot 118,63; in andere Aamen als 21,8 tot 26,1, dat is, als

100

100 tot 119,72. In het *halve Aam*, als 17,6 tot 20,6, dat is, als 100 tot 117,04. In het *Anker*, als 14 tot 16,6, dat is, als 100 tot 118,57. In het *halve Anker* als 11,2 tot 12,7, dat is, als 100 tot 113,39. In het *halve Oxhoofd* als 20 tot 24, dat is, als 100 tot 120. Uit welk alles men ziet, dat de sponts—diepte, bodems—diepte, en binnenlangte in de Nederlandsche vaten, ten naasten by (als men een middelgetal neemt,) gevonden worden tot malkander te staan, als 100, 87; en 117½; en dat dus het denkbeeldige vat geen gelykvormigheid heeft met de Nederlandsche vaten, welke hier voornaamelyk in aanmerkinge komen; daar de uitheemschen dikwyls aan geen vaste regels gebonden zyn: evenwel is 'er in Vrankryk zo het schynt, eene byzondere evenredigheid tusschen de middellyn des bodems en tusschen de langte in elk soort van vaten (l); maar het is niet wel uit de beschryvinge te onderkennen, of 'er gesproken wordt van de buiten—langte, en van de middellyn des bodems van buiten, dan of 'er gemeend wordt de binnen—langte der vaten en derzelver bodems—diepte van binnen: in deezen laatsten zin zoude de bodems—diepte staan tot de binnenlangte

In

(l) *Art du Tonnelier* pag. 4.

In de Ton, bevattende	4	*Barriques*, als	38 : 51 = 87,08 : 116,87
	3		34 : 48 = 87,08 : 122,94
	2		30 : 45 = 87,08 : 130,62
In de *Barrique* (m)			26 : 30,5 = 87,08 : 102,135

zo dat tusschen deeze vaten in dit opzigt geen gelykvormigheid plaats heeft.

§. CXX.

Ik heb, gelast zynde door de Heeren Gecommitteerde Raaden van Haar Ed. Gr. Mog., om een naauwkeurige *Cubic—roede* te vervaerdigen, wegens deeze redenen (§. CXIX.) van het denkbeeldig vat geheel afgezien, en heb alleen de ondervindinge tot Leid—ster willen neemen. Ik heb met goedvinden van Haar Ed. Mog. den meer gemelden zeer ervaaren Amsterdamschen Wynroejer *J. van Staten* verzogt, om eenige vaten van eene geregelde gedaante en van verschillende grootte te meeten in hunne *binnenlangte*, *sponts—diepte*, *bodems—diepte* en *steek—lyn* en om het regen—water, waar mede zy gevuld worden, naauwkeurig te weegen: waar op hy my de volgende Proeven omtrent *het Aam*, *halve Aam*, *Anker*, *halve Anker*, *quart Anker* of *halve Stee-*

(m) Een *Barrique* houdt 112 Parysche Potten, of 240 Pinten. V. *l'Art du Tonnelier* pag. 3 & 4.

Stee–kan, *halve Oxhoofd* en een *Mallaga–boot* heeft toegezonden, welke ik met myne berekeningen en aanmerkingen zal voordraagen.

§. CXXI.

Het Aam.

De sponts—diepte was 22 duimen; de bodems-diepte 19,2; de binnen—langte 26,1; de steek-lyn 24,55 duimen. Maar uit de sponts—diepte, bodems—diepte en binnen—langte zoude men moeten besluiten, op dezelfde wyze, als boven (§. CXVII.), dat de steek—lyn is =24,3857 duimen. Dit kleine verschil is voor een groot gedeelte hier uit oorspronkelyk, dat de bodems-diepte en de binnen—langte (gelyk in het vervolg (§. CXLIV en CXLV.)) blyken zal) gissender wyze bepaald worden; dewyl de allerbedreevenste Wynroejer niet juist kan weeten, hoe dik de bodems zyn, en welke de gesteldheid der duigen van binnen is. Daar en boven wordt veeltyds de bodem, daar hy in de duigen wordt gezet, een weinig afgeschaafd, waar door de steek—lyn iet grooter kan vallen; dan de rekeninge uit de sponts—diepte, bodems—diepte en binnen—langte medebrengt. Den inhoud vinde ik door de fynste en beste berekeninge (§. XC.) 63,6552 stoo-

ſtoopen, de ſtoop hier, gelyk in alle de volgende gevallen, geſteld zynde op 141,069 taerlingduimen. Maar als men de ſteek—lyn als goed aanneemt, beneffens de binnen—langte en de sponts—diepte, zoude de bodems—diepte hebben moeten zyn 19,5884 in de plaats van 19,2 waar door het vat een weinig grooter van inhoud zoude worden. Doch dewyl 'er geen meer reden is om de bodems—diepte verdagt te houden, dan de binnen—langte, zo heb ik de ſteek—lyn volgens de berekeninge genomen, en den inhoud geſteld op 63,6552 ſtoopen; ſchoon *van Staten* denzelven op 63½ ſtoopen ſtelde, en het gewigt 64,899 ſtoopen uitleverde: want het water woog 157$\frac{1}{12}$ ℔ toen het Aam half vol was; derhalven 314⅙, indien het geheel gevuld was geweeſt: 314⅙ ℔ Amſterdamſch gewigt geeven 315,4394 *Troys:* als men dit getal deelt door 4,860405 ℔ (het gewigt van ééne ſtoop (§. CXI.)) zo vindt men voor den inhoud 64,899 ſtoopen. Maar als ik den gevonden inhoud door het gewigt, en de opgegeeven ſteek—lyn by malkander voegde, en aan de andere kant den berekenden inhoud met de berekende ſteek—lyn, ontdekte ik byna dezelfde ſteek—lyn voor 1000 ſtoopen, welke ik hier uit vergelykinge van alle de vaten met malkander zoeke te vinden: want

64,899	*Log.* 1,8122434	en	63,6552	*Log.* 1,803834
1000	3,0000000		1000	3,000000
$24,55^3$	4,1701545		$24,3857^3$	4,161405
3)	5,3579111		3)	5,357571
61,0899	1,7859704		61,0741	1,785857

Het verſchil tuſſchen 61,0899 en 61,0741 duimen is maar 0,0158, of omtrent $\frac{1}{70}$ van een duim, het welk op de ſtok naauwlyks merkelyk zoude zyn.

§. CXXII.

Het halve Aam.

In het halve Aam was de ſponts—diepte 17, 6; de bodems—diepte 15, 5; de binnen—langte 20,6, en de ſteek—lyn 19,5 duimen, volgens de opgave van den Wynroeyer *J. van Staten*; door berekeninge (§. CXVII.) vond ik voor de laatſte 19,4938 duimen, zo dat hier tuſſchen de lynen een goede overeenkomſt is. Den inhoud heb ik door de Stelkunde (§. XC.) uit de ſponts—diepte, bodems—diepte en binnen—langte gevonden 32,3566, en door het gewigt 32,4628 ſtoopen; dewyl de helfte woog 78 ℔, 17 lood, en dus de geheele inhoud 157 ℔, 2 lood Amſterd.

32,4628 *Log.*	1,5113862	en 32,3566 *Log.*	1,5099629
1000	3,0000000	1000	3,0000000
$\overline{19,5}^3$	3,8701038	$\overline{19,4938}^3$	3,8696895
3)	5,3587176	3)	5,3597266
61,1279	1,7862392	61,1752	1,7865735

§. CXXIII.

Het Anker.

De sponts—diepte wierdt door *van Staten* bevonden = 14; de bodems—diepte = 12; de binnen—langte = 16,6; en de steek—lyn 15,5 duimen; welke laatste ik uit de drie eersten door rekeninge gevonden heb 15,4237 duimen. Den inhoud vind ik door de Stelkundige uitdrukkinge, welke ik boven (§. XC.) heb opgegeeven, 16,1947 stoopen; door het gewigt 16,2249 stoopen; dewyl het zelve gelyk was aan 78 ℔, 17 lood, of 78,531 ℔ Amsterd. gewigt, dat is, 78,8596 *Troys.*

16,2249 *Log.*	1,2101820	en 16,1947 *Log.*	1,2093723
1000	3,0000000	1000	3,0000000
$\overline{15,5}^3$	3,5709951	$\overline{15,4237}^3$	3,5645658
3)	5,3608131	3)	5,3551935
61,2262	1,7869377	60,9627	1,7850645

 §. CXXIV.

§. CXXIV.

Het halve Anker.

De sponts-diepte was 11,2; de bodems-diepte 9,6; de binnen-langte 12,8; de steek-lyn 12,2 duimen; doch door berekeninge uit de sponts-diepte, bodems-diepte en binnen-langte 12,2416 duimen. De inhoud is volgens berekeninge (§. XC.) 7,9274 stoopen; door het gewigt (het welk gelyk was aan 39 ℔, 8 lood en 5 Engels Amsterd. gewigt, of 39,4271 ℔ *Troys*) 8,1119 stoopen.

8,1119	*Log.*	0,9091221	en 7,9274	*Log.*	0,8991331
1000		3,0000000	1000		3,0000000
$\overline{12,2}^3$		3,2590794	$\overline{12,2416}^3$		3,2635149
	3)	5,3499574		3)	5,3643818
60,7182		1,7833191	61,3942		1,7881273

§. CXXV.

Het halve Oxhoofd.

Het vierde-deel van een Anker, of halve Steekan, is ook gemeeten en gewogen; maar dewyl dit vat al te klein is, dan dat men zig 'er naa zoude durven richten in het bepaalen van de Steek-lyn voor duizend stoopen, zo heb ik het

halve

halve Oxhoofd liever in aanmerkinge genomen; schoon het onder de regelmaatige vaten, die den Yk onderhevig zyn, niet kan geteld worden, en schoon ik den inhoud door het gewigt niet kan bepaalen, dewyl ik uit de opgave van den Wynroeyer *van Staten* bespeure, dat het water reeds hooger dan de halve sponts-diepte stondt, toen 'er niet meer dan 24 stoopen in het vas waren, en de geheele inhoud door den gemelden *van Staten* slegts op 47 stoopen is begroot. De sponts-diepte was 20; de bodems-diepte 17,4; de binnen-langte 24; de Steek-lyn 22,21 duimen; doch door berekeninge (§. CXVII.) 22,2191. Door de Stelkundige uitdrukkinge (§. XC.) bepaalde ik den inhoud op 48,271 stoopen.

48,271	*Log.* 1,6836858	en	48,271	*Log.* 1,6836858
1000	3,0000000		1000	3,0000000
$\overline{22{,}21^3}$	4,0396458		$\overline{22{,}2191^3}$	4,0401795
3)	5,3559600		3)	5,3564937
6[illegible]	1,785[illegible]		61,0236	1,7854979

§. CXXVI.

Mallaga-boot.

Schoon de *Mallaga-boot* geen geregeld vat is,

zynde te lang in vergelykinge van de wydte, echter heb ik ook willen beproeven, welk een Steek–lyn voor duizend ſtoopen daar uit zoude kunnen opgemaakt worden, dewyl dit vat ook gemeeten en gewogen is; te meer dewyl men zomtyds de *Cubic*–ſtok ook op vaten, die eenigermaaten afwyken van de gewoone regels, moet gebruiken; daar die regels zelfs in deeze Provincie niet van alle Kuipers even naauwkeurig worden in acht genomen: ook zyn 'er geen andere regels, dan die uit vergelykinge van veele vaten, en een middelgetal neemende uit verſchillende meetingen, worden opgemaakt.

De ſponts–diepte van de *Mallaga–boot*, was 31,4; de bodems–diepte 26,4; de binnenlangte 41; de Steek–lyn 35,4 duimen; doch de laatſte door berekeninge 35,4325 duimen. De inhoud wordt door rekeninge bepaald op 198,625; en door het gewigt, (zynde 974,06 ℔ *Troys*) 200,413 ſtoopen.

200,413	*Log*. 2,3019126	en 198,625	*Log*. 2,2980329
1000	3,0000000	1000	3,0000000
$35,4^3$	4,6470099	$35,4325^3$	4,6482084
3)	5,3450973	3)	5,3501755
60,4922	1,7816991	60,7284	1,7833918

§. CXXVII.

§. CXXVII.

Als men uit de zes bepaalingen door het gewigt, en volgens de Steek–lynen door den Wynroeyer *van Staten* opgegeeven, een middelgetal neemt, is de Steek–lyn voor duizend ſtoopen 60,94965 duimen: maar uit de zes bepaalingen, door berekeningen zo omtrent den inhoud, als omtrent de Steek–lynen, gedaan, 61,05983. Als men uit de vyf eerſte bepaalingen, door de gewigten en gevonden Steeklynen opgemaakt, een middelgetal trekt, vindt men 60,01196; 60,02296 en uit de vyf eerſten door berekeninge 61,12495 duimen. Hierom heb ik, uit allen een middelgetal trekkende, iet toegeevende voor de uitheemſche vaten, op welken de *Cubic*–ſtok zomtyds gebruikt wordt, en een zeer kleine breuk over het hoofd ziende, de Steek–lyn voor duizend ſtoopen geſteld op 61,03354 duimen.

§. CXXVIII.

Deeze Steek–lyn bepaald zynde, valt het niet moeijelyk, als men de *Logarithmen* te baat neemt, om een juiſte *Cubic*–ſtok of Taerling–roede te berekenen, volgens §. CXVIII. want de Steek-lyn voor 1000 ſtoopen geſteld zynde op 61,03354

Amsterdamsche duimen, of 122,06608 halve duimen, vindt men voor

stoop	halve duimen	stoop	halve duimen	stoop	halve duimen
1	12,20	40	41,75	190	70,17
2	15,38	45	43,42	195	70,78
3	17,60	50	44,97	200	71,39
4	19,38	55	46,42	205	71,98
5	20,87	60	47,79	210	72,55
6	22,18	65	49,08	215	73,13
7	23,35	70	50,31	220	73,69
8	24,41	75	51,48	225	74,24
9	25,39	80	52,60	230	74,79
10	26,30	85	53,67	235	75,33
11	27,15	90	54,71	240	75,86
12	27,95	95	55,70	245	76,38
13	28,71	100	56,66	250	76,90
14	29,42	105	57,59	255	77,41
15	30,10	110	58,49	260	77,91
16	30,76	115	59,36	265	78,40
17	31,39	120	60,21	270	78,90
18	31,99	125	61,03	275	79,38
19	32,57	130	61,84	280	79,86
20	33,13	135	62,62	285	80,33
21	33,68	140	63,38	290	80,80
22	34,20	145	64,13	295	81,26
23	34,71	150	64,86	300	81,72
24	35,21	155	65,57	305	82,17
25	35,69	160	66,27	310	82,62
26	36,16	165	66,95	315	83,05
27	36,62	170	67,62	320	83,49
28	37,07	175	68,28	325	83,93
30	37,93	180	68,92	330	84,35
35	39,93	185	69,56	335	84,78

349

stoop	halve duimen	stoop	halve duimen	stoop	halve duimen
340	85,20	480	95,57	740	110,41
345	85,61	485	95,91	750	110,90
350	86,03	490	96,24	760	111,40
355	86,43	495	96,56	770	111,88
360	86,84	500	96,88	780	112,36
365	87,24	510	97,52	790	112,84
370	87,63	520	98,16	800	113,32
375	88,03	530	98,78	810	113,78
380	88,42	540	99,40	820	114,25
385	88,80	550	100,01	830	114,72
390	89,18	560	100,61	840	115,17
395	89,56	570	101,21	850	115,63
400	89,94	580	101,80	860	116,08
405	90,31	590	102,38	870	116,53
410	90,68	600	102,95	880	116,97
415	91,05	610	103,52	890	117,42
420	91,41	620	104,09	900	117,85
425	91,77	630	104,65	910	118,29
430	92,13	640	105,20	920	118,72
435	92,49	650	105,74	930	119,15
440	92,84	660	106,28	940	119,58
445	93,19	670	106,81	950	120,00
450	93,55	680	107,34	960	120,41
455	93,89	690	107,86	970	120,82
460	94,23	700	108,38	980	121,25
465	94,57	710	108,90	990	121,66
470	94,91	720	109,41	1000	122,07
475	95,24	730	109,91		

§. CXXIX.

Als men volgens deeze berekeningen den in-

houd zoekt van de bovengemelde vaten (§. CXXI—CXXVI.), vindt men

Op de gevondene Steek-lynen voor het		Op de berekende Steek-lynen	Waare inhoud
Aam	65,080 ſtoopen	63,7823	63,6552
halve Aam	32,613	32,6136	32,3566
Anker	16,379	16,1384	16,1947
halve Anker	7,987	8,0688	7,9274
halve Oxhoofd	48,190	48,2474	48,2710
Mallaga-boot	195,121	195,6604	198,6250

Op de *Cubic*—ſtok, die voor deezen tot Legger gediend heeft by het Collegie van H. Ed. Mogende, moet men volgens de gemeeten en opgegeeven Steek—lynen vinden,

Voor het Aam	63,4556	ſtoopen
halve Aam	31,7994	
Anker	15,9702	
halve Anker	7,7874	
halve Oxhoofd	46,9853	
Mallaga—boot	190,2509	

Men ziet dus, dat de oude *Cubic*—ſtok in de Nederlandſche vaten niet veel verder afwykt van den waaren inhoud (zo als ik voor *den waaren inhoud* houde, die *zeer naby* komt, en door de Stelkunde (§. XC.) is bepaald,) dan de

nieuw

nieuw berekende: maar in de uitheemsche vaten verschilt het veel; daar en boven eischte de gevoeglykheid, dat 'er een volkomen overeenkomst is tusschen de roeystokken, en dat zy alle op vaste gronden, of op dezelfde grootte van de stoop, zo als die door de bovengemelde proeven (§. ~~III.~~) bepaald is, wierden berekend. + CXI

§. CXXX.

Het gebruik van de *Cubic*—stokken is zeer gemakkelyk en vereischt weinig of geen rekeninge. De stok, of roede, waar op de verdeelingen (§. CXVIII.) zyn gesneeden, wordt aan haar eene end, daar de verdeelingen beginnen, of aan ééne kant, of aan beide de zyden een weinig schuins afgesneeden, de langte omzigtig behoudende, en deeze schuinsche zyde, of zyden worden tegen het afslyten met koper gedekt. Indien toch deeze stok aan zyn onderste end zodaanig niet was afgesneeden, of afgeschaafd, zoude men dat end niet kunnen brengen op de juiste plaatse, daar de duigen met den bodem vereenigd worden. Voorts steekt men deeze Roede door het spont—gat A tot aan E, en men ziet, welk een verdeelinge van de stok door de binnenste rand van het spont—gat juist in het midden wordt gesneeden; dit tekent men aan, en men steekt van A (het midden Fig. 11.

van het ſpont—gat) tot aan C, en men ziet wederom, welk een verdeelinge van de ſtok met de ſcherpe binnenkant van het vat overeenkomt. Indien men in beide de gevallen het zelfde getal van ſtoopen op de *Cubic*—ſtok vindt, is dit de inhoud van het vat: maar zo de getallen, of de gevondene ſteek-lynen van malkander verſchillen, neemt men de rekenkundige middelevenredige tuſſchen die beiden voor de waare ſteek—lyn, de ſomme van de twee ſteek—lynen deelende door 2. Men ſtelle, dat AE gevonden wordt $=96$ ſtoop, en AC ook van de zelfde langte, zo houdt men 96 ſtoopen voor den waaren inhoud; maar dewyl de vaten zelden een volmaakte gedaante hebben, zo dat het ſpont—gat juiſt in het midden van de bovenduige en van het vat is, zo vindt men dikwyls een klein verſchil. Stel, dat $AE=95,5$ en $AC=96,5$; zo is de Rekenkundige middelevendige $\frac{95;5+96,5}{2}=96$. Men kan dit ook doen met op den *Cubic*—ſtok zelf met Potloot of met kryt de beide lynen aan te tekenen, en met een paſſer het verſchil in twee gelyke deelen te deelen, als dan de helfte by de kleinſte lyn wordt gedaan, of van de grootſte afgetrokken, heeft met *de gemiddelde ſteek—lyn.*

§. CXXXI.

§. CXXXI.

De *Cubic*–ſtok kan alleen met gerustheid gebruikt worden, als de vaten, welke zullen worden geroeid, *volkomen gelykvormig* zyn aan de vaten, op welken de ſtok is gemaakt; ſchoon hier in eenige ruimheid plaats heeft, door dien de *Cubic*–ſtok door my berekend en getekend als op eene middel–onderſtellinge ruſt, die uit zes byzondere vaten is op gemaakt. Derhalven moet een Wynroeijer, als het 'er naauw op aankomt, met alle omzigtigheid de gedaante der vaten onderzoeken, zo veel de onſtandigheden het toelaaten; en zo hy beſpeurt, dat de reden tusſchen de ſponts–diepte, bodems–diepte en binnenlangte verre afwykt van de boven (§. CXXIX.) gevondene, naamlyk 100, 87 en 117¼, is het veiliger, dat hy door *den Quadraat*–*ſtok*, welken ik in het vervolg zal beſchryven, den inhoud zoeke; het geen echter dikwyls, om voorkomende beletſelen, niet gevoeglyk kan geſchieden; wanneer, naamelyk, de vaten in Kelders, of Pakhuizen geplaatſt zyn tuſſchen andere vaten, die niet wel, zonder ſchaade te veroorzaaken aan de Eigenaaren, kunnen verlegd worden.

VII. HOOFD-

VII. HOOFDSTUK.

Over den Quadraat-ſtok en deszelfs gebruik.

§. CXXXII.

Dewyl de *Cubic*–ſtok niet anders kan gebruikt worden, dan op gelykvormige vaten, en op die geenen, die niet verre van de gelykvormigheid afwyken (§. CXV. en CXXXI.) zo heeft men een anderen weg ingeſlagen, om den inhoud van *allerley* vaten te vinden; naamelyk door de *Quadraat–roede*, welke gegrond is op die waarheden, welke ik boven (§. LXVI–LXXIII.) heb voorgeſteld. Men merkt de vaten aan als Cylinders, of als in Cylinders herſchapen, en men zoekt uit de middellyn van den bodem des Cylinders deszelfs inhoud in vierkante duimen; en men vermenigvuldigt dien inhoud met de hoogte van den Cylinder (dat is, met de binnen–langte van het vat), wanneer de uitkomſt den lighaamelyken inhoud vertoont *in Taerling–duimen*; waar uit dan gemakkelyk de inhoud *in ſtoopen* wordt bepaald (§. CXI.). Maar, om dit alles met weinig omſlag te verrichten, heeft men den *Quadraat–ſtok* uitgedagt, dewelke onderſtelt, dat de hoogte en wydte van een Cylinder bekend

is,

is, waar in *één stoop* is bevat, het geen men zeer gemakkelyk kan ontdekken, als de inhoud van één stoop bepaald is in taerling-duimen (§. CXI.)

Men kan dan de hoogte naar goeddunken neemen, wanneer de wydte door een ligte rekeninge bepaald wordt; schoon men ook (de zaak in het afgetrokkene beschouwd zynde) de wydte willekeurig zoude kunnen stellen, en berekenen dan de hoogte; doch dit laatste zoude veel ongemakkelyker vallen voor het gebruik. Als de hoogte gesteld wordt $= b$ en de wydte $= w$, zo is, als het getal der taerling-duimen, die in een stoop gaan is $= d$; de wydte $w = \sqrt{\frac{4d}{ob}}$; dewyl $\frac{obw^2}{4} = d$ (§. LXVI.) en $b = \frac{4d}{ow^2}$

§. CXXXIII.

Als de hoogte en wydte van een Cylinder, die één stoop bevat, bekend is, vindt men gemakkelyk de wydte van een Cylinder, die 2, 3, 4, enz. stoopen inhoudt en van dezelfde hoogte is; dewyl de inhouden van Cylinders, die evengelyke hoogten hebben, tot malkander staan, als de vierkanten van de middellynen der grondslagen (§. LXXII.)

Als een Cylinder één stoop inhoudt, en de hoogte heeft van één duim, is de wydte $= \sqrt{\frac{4d}{ob}} = \sqrt{\frac{4 \times 141,069}{3,141593 \times 1}} = \sqrt{\frac{564,276}{3,141593}} = 13,40204$ duimen.

De

De wydte van een Cylinder, die één duim hoog is, en, by voorbeeld, 32 ftoopen bevat, vindt men dan, als men ftelt 1 : $\sqrt{32}$ = 13,40204 : 75,8134. Het geen door de *Logarithmen* zeer gemakkelyk wordt berekend, als men by de *Logarithmus* van 13,40204 voegt de halve *Logarithmus* van 32 (dat is, de *Logarithmus* van de vierkante wortel uit 32), wanneer de fomme de *Logarithmus* is van het gezogte getal (§. LIII en LV). De *Logarithmus* van 32 is 1. 5051500, de helfte is 0,7525750; de *Logarithmus* van 13,40204 is 1,1271708; de fomme van beide de *Logarithmen* (= 1. 8797458) is de *Logarithmus* van 75,8134. Maar als men de hoogte van één ftoop ftelt = 10 halve, of 5 geheele duimen, is de wydte $= \frac{\sqrt{4d}}{ob} = \frac{\sqrt{564,276}}{3,141593 \times 5} = 5,99352$ duimen, of 11,98704 halve duimen; en dus zoude men vinden voor de wydte van een Cylinder, die, 5 duimen hoog zynde, 32 ftoopen bevat, 33,9047 duimen, of 67,8094 halve duimen.

§. CXXXIV.

Op deeze gronden (§. CXXXIII.) heb ik den *Quadraat—ftok* berekend, die nu tot Legger dient by het Collegie van H. Ed. Mog. de Heeren Gecommitteerde Raaden, welke naaft de ftoop—verdeelinge een andere verdeelinge heeft in halve Amfterdamfche duimen, op dat men al-

altoos de stoop-verdeelingen zouden kunnen toetsen. Ik zal hier de uitkomsten der rekeningen, volgens welke ik den nieuwen *Quadraat-stok* heb getekend, zo als die in halve duimen zyn uitgedrukt, in een Tafeltje onder het oog brengen, waar in de hoogte van een Cylinder, die een stoop of 141,069 taerling-duimen bevat, 10 halve duimen hoog, en 11,98704 halve duimen wyd ondersteld is.

stoopen	deelen	stoopen	deelen	stoopen	deelen
0,2	5,36	11	39,76	33	68,86
0,4	7,58	12	41,53	34	69,90
0,6	9,29	13	43,22	35	70,92
0,8	10,72	14	44,85	36	71,92
1	11,99	15	46,43	37	72,91
1,2	13,13	16	47,95	38	73,89
1,4	14,18	17	49,42	39	74,86
1,6	15,16	18	50,86	40	75,81
1,8	16,08	19	52,25	45	80,41
2	16,95	20	53,61	50	84,76
2,2	17,78	21	54,93	55	88,90
2,4	18,57	22	56,23	60	92,85
2,6	19,33	23	57,49	65	96,64
2,8	20,06	24	58,73	70	100,30
3	20,56	25	59,94	75	103,81
4	23,97	26	61,13	80	107,21
5	26,81	27	62,29	85	110,52
6	29,36	28	63,43	90	113,72
7	31,71	29	64,55	95	116,83
8	33,91	30	65,66	100	119,87
9	35,96	31	66,74	105	122,83
10	37,91	32	67,81		

Ik heb van 40 ſtoopen af maar van vyf tot vyf ſtoopen gerekend, dewyl de tuſſchen-deelen genoegſaam aan malkander gelyk zyn. By voorbeeld, van 40 tot 45 ſtoopen is een verſchil op de ſtok van 4, 60 halve duimen; dus is door meetinge, of door het verdeelen van dit verſchil door 5, de wydte voor 43 ſtoopen 78, 57; door de rechte berekeninge (§. CXXXIII.) vindt men 78,605; het verſchil $=$0,035 is te klein, om het op de ſtok te kunnen beſpeuren; in grooter wydten verdwynt dit byna geheel en al. By voorbeeld, het verſchil tuſſchen 85 en 90 is 3,2; derhalven voor 88 door tuſſchen-rekeninge 112, 44; door §. CXXXIII. vindt men 112,441; het verſchil is $\frac{1}{1000}$ van een halven duim.

§. CXXXV.

In den Quadraatſtok, die voorheen tot Legger gediend heeft by de Heeren Gecommitteerde Raaden, was onderſteld, dat de hoogte van een Cylinder, die een ſtoop bevat, 5 Amſterd. duimen, of 10 halve duimen is; maar men heeft teffens willen onderſtellen, dat de inhoud van een ſtoop gelyk is aan 140 taerling-duimen Amſterd. maat: derhalven moeſt de wydte gelyk zyn aan $\sqrt{\frac{4d}{ob}} = \sqrt{\frac{4 \times 140}{3,141593 \times 5}} = 5,97082$ duimen:

men: maar ik vondt dezelve by herhaalde meetinge 5,98757 duimen. Evenwel kan men niet genoeg staat maaken op de hoogte, die op den Quadraat-stok voor één enkele stoop gesteld is; derhalven heb ik de wydte nagegaan, die op den stok staat voor 100 stoopen; deeze was 119½ halve duimen, of 59,75 duimen, dus de wydte van een stoop 5,975. Als men uit deeze hoogte van 5 duimen en wydte van 5,975 de rekeninge opmaakt omtrent den inhoud van de stoop, zoude dezelve gelyk zyn aan $\frac{bw^2 \varnothing}{4}$

$$=\frac{5 \times 5,975 \times 5,975 \times 3,141593}{4} = 140,196$$ taerling-duimen: De reden nu, waarom hier 140 taerling-duimen genomen zyn, (want dat 'er 140, 196 in plaats van 140 uit komt, is niet overeenkomstig met het voorneemen, en alleen aan de kleine gebrekkigheid, die 'er in de voetmaat is, toeteschryven) en niet 143,052, zo als met de Amsterdamsche Proeve overeenstemt (§. CIX.), zal in het vervolg blyken.

§. CXXXVI.

Als men de Vaten als *Cylinders* konde aanmerken, zoude 'er weinig kundigheid vereischt worden, om door den Quadraatstok den inhoud van een vat te bepaalen; dewyl, de middellyn

van den cylinder door dit werktuig gemeeten zynde, op de verdeelingen zoude aanwyzen, hoe veele ſtoopen een vat van zulk een middellyn zoude bevatten, indien het maar vyf duimen hoog, of lang was; derhalven is de geheele inhoud van den Cylinder, in ſtoopen uitgedrukt, gelyk aan de binnen—langte, in halve duimen (die doorgaans *de gelyke deelen* genoemd worden) vermenigvuldigd door den inhoud van een Cylinder, die 10 halve duimen hoog of lang is, en gedeeld door 10; want de rekening ſtaat op deeze wyze: de hoogte van 10 halve duimen geeft den gevonden inhoud door de *Quadraat—roede*; wat geeven de halve duimen, die in de binnenlangte van het vat zyn begreepen? of *de hoogte van* 10 *halve duimen ſtaat tot de gevondene hoogte, of binnen—langte van het vat, als de ſtoopen, die in den cylinder van* 10 *halve duimen hoogte zyn bevat, tot de ſtoopen, die in het geheele vat zyn*: want Cylinders, die op gelyke grondſlagen rusten, zyn tot malkander ten opzigt van hunne lighaamelyke inhouden, als derzelver hoogten of langten (§. LXXI.). Stel, dat de middellyn van een Cylinder, door den *Quadraat—ſtok* gemeeten zynde, 25 ſtoopen uitlevert (zo dat de Cylinder 59,94 halve duimen wyd is (§. LXXXIV), ſchoon men met die maat, ten opzigt van de wydte, nu niet meer te doen heeft.) en dat de

bin-

binnenlangte is 32 halve duimen, zo is de inhoud

$$\frac{25 \times 32}{10} = 25 \times 3,2 = 80 \text{ ſtoopen.}$$

§. CXXXVII.

Dewyl de vaten geen Cylinders zyn, maar meer of minder buikig worden bevonden, zo dat de ſponts–diepte AD altyd grooter is dan de bodems–diepte BC of FE, moet 'er een andere weg ingeſlagen worden, om derzelver inhoud te vinden door middel van de *Quadraatroede*. De meeſte Wyn–roeyers, die met omzigtigheid zoeken te werk te gaan, gebruiken de handelwyze, welke ik boven (§. LXXIX.) heb beſchreeven. Men ziet, naamelyk, op den ſtok, hoe veele ſtoopen overeenkomen met de ſponts–diepte, hoe veele ſtoopen overeenkomen met de bodems–diepte; men neemt uit deeze twee getallen de Rekenkundige middelevenredige, dat is, de helfte van de ſomme deezer twee getallen, en men vermenigvuldigt deeze helfte door het tiende deel van de binnen–langte (§. CXXXVII.) (die altyd in halve Amſterdamſche duimen wordt uitgedrukt) de uitkomſt houdt men voor den inhoud in ſtoopen. By voorbeeld, de sponts–diepte (= 32 duimen, of 64 halve duimen) komt overeen met 18,5055 ſtoopen; de bodems–diepte (= 28,8 Fig. 11.

 dui-

duimen, of 57,6 halve duimen) geeft op den *Quadraat–ſtok* 23,0895 ſtoopen; derhalven is de gemiddelde diepte $= \frac{28,5055+23,0895}{2}$ $= 25,7975$ ſtoopen. Als men dit getal vermenigvuldigt door 9,0 (zynde een tiende van de binnen langte), vindt men voor den inhoud 232,1775 ſtoopen; het geen te weinig is: want boven (§. XC.) is de inhoud van dit vat bepaald op 33467,4 taerling–duimen; als men dit getal deelt door 141,069 (zynde het getal der Taerling–duimen, die (§. CXI.) een Amſterd. ſtoop uitmaaken) vindt men 237,2415 ſtoopen. Ik zal dit nog door een tweede voorbeeld ophelderen, het geen ik genomen heb, uit een vat, dat op myn verzoek te Amſterdam gemeeten is, zynde deszelfs inhoud bepaald door de Water–yk op 313 ſtoopen; de ſponts–diepte was $= 36,7$ Amſterdamſche duimen, de bodems-diepte $= 30,7$ duimen, de binnen langte $= 48,78$ duimen, of 97,56 gelyke deelen. Door de berekeninge, die het naaſte aan de waarheid komt (§. XC), vond ik 321,74 ſtoopen voor den inhoud. Maar als men den gewoonen weg der Wynroeyers inſlaat, vindt men door myn *Quadraat–ſtok* maar 310,8769 ſtoopen: met de ſponts-diepte komt op den ſtok overeen 37,4939, en met de bodems–diepte 26,2365 ſtoop; het middelgetal is 31,8652; het welk, door 9,756 verme-

menigvuldigd zynde, 310,8768912 uitlevert. De reden nu, waarom 'er 321,74 stoopen volgens rekeninge, en 313 stoopen volgens den Water-yk in dit vat gaan, is voor het grootste gedeelte openbaar uit (§. CX); dezelve bestaat hierin, dat de Water-ykers de stoop meer dan vol doen, waar door het getal der stoopen kleinder wordt.

§. CXXXVIII.

Men heeft het gebrekkige van deeze handelwyze (§. CXXXVII.), die altyd te weinig stoopen geeft, gezogt te verhelpen door op den *Quadraat-stok*, die tot hier toe gediend heeft tot Legger by het Collegie van de Ed. Mog. Heeren Gecommitteerde Raaden, de grootte van de Amsterdamsche stoop te onderstellen gelyk te zyn aan 140 taerling-duimen; het geen echter geenzins overeenkomt met de hoeveelheid vogts, die in de stoop gaat, als dezelve op de wyze der Water-ykers wordt gevuld (§ CIX); zo dat de onderstelde inhoud van 140 taerling-duimen willekeurig is, waar door 'er geen overeenkomst altoos gevonden wordt tusschen deeze handelwyze en den *Quadraat-stok* aan de ééne, en tusschen de proeven aan de andere zyde: zelfs als men 140 duimen voor een stoop neemt, vindt men wel 313,25 stoopen voor den inhoud in dit geval; maar in veele andere gevallen

geeft de oude *Quadraat–ſtok* te weinig. By voorbeeld, het Aam, door den Wynroejer *van Staten* gemeeten en gewoogen, hieldt 63¼ ſtoopen; volgens myn rekeninge, ſteunende op (§. XC.), is de inhoud 63,6552 (§. CXXI); maar volgens deezen *Quadraat–ſtok* 62,422065 ſtoopen. Want als de hoogte van ééne ſtoop is 10 halve duimen, en de lighaamelyke inhoud = 140 taerling–duimen, moeſt de wydte zyn = 5,97082 duimen, of 11,94164 halve duimen (§. CXXXV.). Dewyl nu de ſponts-diepte is = 22 duimen, en de bodems–diepte 19,2 duimen, zo vindt men (de binnen langte ſtellende op 52,2 halve duimen) $\frac{\overline{13.5762+10.3403} \times 5.22}{2}$ = 62,422065 voor den inhoud; zo dat hier de oude *Quadraat–ſtok*, niet tegenſtaande de valſche onderſtellinge van 140 duimen, nog merkelyk te weinig geeft.

§. CXXXIX.

Een anderen weg heeft men in Engeland ingeſlagen om dit gebrek (§. CXXXVII.) te verhelpen (n); men neemt de ſomme der ſtoopen, die door de ſponts–diepte en bodems–diepte worden aangeweezen; men doet daar by de halve

(n) *Stone* Conſtruction of Mathematical Inſtruments pag. 23.

ve fomme, en het tiende deel van derzelver verfchil; de geheele fomme deelt men door 3, en het hoeveelfte vermenigvuldigt men door het tiende deel der binnen-langte. By voorbeeld, 28,5055+23,0895=51,595 (§. CXXXVII.); de helfte is 25,7975; het verfchil is 28,5055 —23,0895=5,416; een tiende hier van is 0,5416; 51,595+25,7975+0,5416=77,9341; $\frac{77,9341}{3}$ is =25,97803; 25,97803×9= 233,80227 ftoopen. Derhalven komt men door deezen weg, die voor het gemeene gebruik wat te lang is, nog merkelyk te kort, fchoon nader aan de waarheid, dan door de gewoone handelwyze der Wynroeyers.

§. CXL.

Nog een ander hulpmiddel is 'er tegen het gebrek van den *Quadraat-ftok*, op de gewoone wyze gebruikt zynde, uitgedagt; of liever een andere weg is 'er uitgevonden, om door dit werktuig den inhoud der vaten te ontdekken (o). Nen neemt $\frac{1}{10}$ van het verfchil tuffchen het getal der ftoopen voor de fponts-diepte, en tusfchen het getal der ftoopen voor de bodemsdiepte; hier by telt men de fomme van deeze twee

(o) *Stone* op de aangehaalde plaats.

twee getallen en derzelver halve somme; de geheele somme deelt men door 3; de uitkomst wordt door $\frac{1}{11}$ van de binnen-langte vermenigvuldigd, en men denkt, dat de uitkomst de inhoud is van het vat, wanneer men dit gebooren rekent uit de omwentelinge van een *Parabel* of Brandsneede (§. LXXXVIII en LXXXIX.) gelyk de naastvoorgaande handelwyze gebruikt wordt, als de kromte der duigen een boog van een *Cirkel* ondersteld wordt te zyn (§. LXXXIV.) Door deezen laatsten weg vindt men voor den inhoud van het zelfde vat, dat ik tot hier toe bestendig tot een voorbeeld heb genomen, 26,3391×9=237,0519 stoopen, het geen hier zeer weinig van de fynste berekeninge (§. XC.) verschilt. Maar schoon men *in dit geval* niet verre van de waarheid, of van de berekeninge, die het naaste aan de waarheid komt, afwykt, echter zyn 'er gevallen, waar in een grooter verschil bespeurd wordt. By voorbeeld, in het Aam vindt men door deezen weg 62,8928 stoopen, in plaats van 63,6552. Daar en boven geeft dit middel de waare inhoud niet, die boven (§. LXXXVIII en LXXXIX.) door de *Parabel* is berekend; want als men 33851 deelt door 141,069, is het hoeveelste gelyk aan 239,961 stoopen.

§. CXLI.

§. CXLI.

Dewyl nu deeze laatstgenoemde wyze van rekenen wat veel omslags vereischt, heb ik tot gemak der Wynroeyers een anderen weg uitgedagt, waar door de gewoone handelwyze (§. CXXXVII.) in haar geheel blyft; maar na dat de rekeninge voleind is, een kleine verbeteringe ontfangt; en deeze is het, die my boven alle anderen de eenvoudigste schynt, om zig daar van in de *Practyk* te bedienen. Na dat, naamelyk, de inhoud op de gewoone wyze bepaald is, volgens den nieuwen *Quadraat-stok*, voegt men by de uitkomst de helfte van het verschil tusschen het getal der stoopen voor de sponts-diepte, en tusschen het getal der stoopen voor de bodems-diepte. By voorbeeld, in het meergemelde vat wordt by den gevonden inhoud 232,1775 (§. CXXXVII.) gevoegd $\frac{28,5955 - 23,0895}{2}$ $= 2,703$ stoopen; de somme is 234,8805 stoopen, het geen hier wel 2,361 stoopen minder is, dan de fynste berekeninge (§. XC en CXXXVII.) uitlevert; maar in de meeste andere gevallen komt men door deezen weg nader aan de waarheid, dan door eenigen anderen, waar van men met grond kan zeggen, dat zy onder het bereik der gemeene Wynroeyers zyn. In het *Aam* geeft de sponts—diepte 13,473 stoopen; de bo-

dems—diepte 10, 262 ſtoopen. De ſomme is $=\frac{23,735}{2}=$ 11, 8675; het verſchil is = 3, 211; de binnen—langte 52, 2 halve duimen zynde, is de inhoud op de gewoone wyze der Wynroeyers bepaald = 11, 8675 × 5, 22 = 61, 94835; maar hier moet bygedaan worden de helfte van het gevondene verſchil; derhalven is de geheele inhoud 61, 94835 + 1, 6055 = 63, 55385 ſtoopen. In *het halve Aam* geeft de ſponts—diepte (= 35, 2 halve duimen) 8, 52521; de bodemsdiepte (= 31 halve duimen) geeft 6, 68794; de halve ſomme = 7, 606575, vermenigvuldigd zynde door 4, 12, (het welk is een tiende deel van de binnen—langte), levert 31, 339089 ſtoopen uit: maar hier moet bygedaan worden de helfte van het verſchil, zynde $\frac{1,83727}{2}=$ 0, 918635; derhalven is de geheele inhoud gelyk aan 31, 339089 + 0, 918635 = 32, 257724 ſtoopen, welke door de fynſte berekeninge gevonden is 32, 3566, en door het gewigt 32,4628, ſtoopen (§. CXXII.). In *de Mallaga-boot*, dat anders een ongeregeld vat is (§. CXXVI.), geeft de ſponts—diepte (= 31, 4 duimen, of 62, 8 halve duimen) 27, 4466 ſtoopen; de bodems—diepte (= 52,8 halve duimen) 19,40156 ſtoopen; als het middelgetal = 23,42408 vermenigvuldigd wordt door $\frac{1}{10}$ van de binnen—langte,

zyn-

zynde 8, 2, vindt men op de gewoone wyze voor den inhoud 192, 077456; waar by gevoegd moet worden $\frac{27,44660 - 19,40156}{2} = 4,02252$; en de geheele inhoud is 196, 099976 ſtoopen, welke door de beſte Stelkundige rekeninge gevonden wordt 198, 625 ſtoopen, en door het gewigt 200, 413 ſtoopen.

§. CXLII.

Dewyl de nieuwe *Quadraat-ſtok* zo gemaakt is, dat naaſt de ſtoop-verdeelingen de gelyke deelen, of de halve Amſterdamſche duimen op dezelfde zyde zyn geſneeden, zo kan men ook gebruik maaken van de handelwyze, welke ik boven (§. XCII.) heb voorgedraagen. Men kan, naamelyk, de ſponts-diepte en bodems-diepte meeten in halve duimen, en $\frac{4}{10}$ van derzelver verſchil voegen by de bodems-diepte, en op den *Quadraat-ſtok* onderzoeken, welk getal van ſtoopen daar nevens ſtaat; en eindelyk dit getal vermenigvuldigen door $\frac{1}{10}$ van de binnen-langte. Op deeze handelwyze nu dient men des te meer te letten, om dat hier in de grondſlag legt van de behandelinge der ſchuif-ſchaal ten opzigt van het Wynroejen (§. CXCII. enz.); ſchoon ik daar in eenige veranderingen gemaakt heb, door dien de hoogte van eene ſtoop niet 5,

maar

maar één duim onderfteld is. By voorbeeld, *in* het meergemelde vat is het verfchil der fponts-diepte en bodems–diepte = 64 – 57,6 = 6,4 halve duimen; $\frac{6}{10}$ van dit verfchil is 3,84; derhalven is de gemiddelde middellyn van het vat = 57,6 + 3,84 = 61,44 halve duimen; hier mede komt op de ftok overeen 26,2707; dit getal, vermenigvuldigd door 9 (een tiende van de langte) geeft voor den inhoud 236,4363 ftoopen. In *het Aam* is het verfchil der fponts–diepte en bodems-diepte = 44 – 38,4 = 5,6; $38,4 + \overline{5,6 \times 0,6}$ is = 41,76; hier mede komt op den ftok overeen de ftoopmaat 12,1364; als men dit getal vermenigvuldigt door 5,22 (het tiende deel der binnen–langte) is de geheele inhoud 63,352008 ftoopen: het geen wel een weinig te klein is, maar evenwel veel nader aan de waarheid komt, dan de gewoone handelwyze (§. CXXXVII.) In *het halve Aam* is de fponts–diepte 35,2; de bodems–diepte 31; de binnen–langte 41,2 halve duimen: het verfchil tuffchen de fponts-diepte en bodems–diepte is derhalven = 4,2; en $\frac{6}{10}$ van dit verfchil = 2,52 halve duimen; de gemiddelde middellyn is dan 31 + 2,52 = 33,52 halve duimen; deeze geeven op den nieuwen *Quadraat–ftok* 7,81946 ftoopen; als men dit getal vermenigvuldigt door 4,12 (zynde $\frac{1}{10}$ van de binnen–langte), vindt men voor den inhoud 32,2162 ftoopen; het geen maar 0,2466, of

nog

nog geen vierde van een ſtoop minder is dan ik door de fynſte berekeninge gevonden heb (§. CXXII.)

§. CXLIII.

Tot hier toe heb ik onderſteld, dat de bodems-diepte en binnenlangte, zo wel als de ſponts-diepte bekend zyn. *De ſponts-diepte* ontdekt men ligt, met den *Quadraat-ſtok* door het ſpont-gat loodrecht neer te ſteeken, tot dat hy op de duige, die tegen over dat gat ſtaat, ſtuit; en met te zien, welk getal van ſtoopen of halve duimen geſneeden wordt door de ſcherpe onderkant van het Spontgat. Het is niet noodig, dat de *Quadraat-roede*, of de gelyke deelen in kleindere deelen verdeeld zyn, dewyl men zeer gemakkelyk de tiende en zelfs de honderdſte deelen van ſtoopen, of ook van halve duimen kan vinden door middel van een ſchaaltje, dat hier op de helfte verkleind vertoond is *Fig.* 15.* Dewyl, naamelyk, de ſtoop-verdeelingen niet even groot zyn, kan men by voorbeeld, de ſponts-diepte, die tuſſchen 13 en 14 ſtoopen is (gelyk in het Aam) naauwkeurig genoeg bepaalen, als men de lyn, die tuſſchen 13 en 14 begreepen is, op het ſchaaltje zoekt met den paſſer, en vervolgens op die zelfde lyn meet, hoe veele tiende deelen van die tuſſchenruimte bevat zyn in den afſtand Fig. 15.*

tuſ-

tusſchen 13 en tusſchen het punt, daar de onderkant van het Spontgat den *Quadraat—ſtok* ſnydt; zelfs zal een geoeffend oog naauwlyks $\frac{1}{160}$ deelen van de geheele tusſchenruimte tusſchen 13 en 14 ſtoopen kunnen misſen. Op dezelfde wyze vindt men de tiende en zelfs de honderdſte deelen van halve duimen door middel van dit zelfde ſchaaltje, als men maar acht geeft, dat de lyn AB (die hier mede in haar halve natuurlyke grootte wordt vertoond) overeen komt met een halven duim.

§. CLXIV.

Om de bodems—diepte te vinden, wordt meer moeite vereiſcht, dewyl men den bodem van binnen niet kan meeten; derhalven moet men, deszelfs middellyn eeniger maaten *gisſen* uit het geen men van buiten ziet. In deeze gisſingen te maaken wordt oeffeninge, en geen Wiskunſt vereiſcht; en de acht, die men geeft, op het beloop der duigen, kan veel toebrengen tot de juiſtheid der gisſinge: men is veeltyds niet verre van de waarheid af, als men begint te meeten van het midden der ſchuinsheid, die de duigen aan haare enden hebben, tot aan de overzyden op het midden van diezelfde ſchuinsheid; gelyk eeniger maaten in *Fig.* 15. is vertoond. Om nu met meer omzigtigheid te werk

te

te gaan, meet men op deeze wyze de bodems-diepte niet ſlegts op ééne plaats, maar op drie, of vier verſchillende plaatſen; en niet alleen aan het ééne end van het vat, maar ook aan het andere end, en men trekt uit alle meetingen, door de gewoone wegen een middelgetal, het geen men voor de waare bodemsdiepte houdt, in ſtoop—maat uitgedrukt. Als de duigen aan haare enden meer kromte hebben, moet men de lyn grooter neemen, dan die overeenſtemt met het midden van de ſchuinheid; zelfs kunnen de duigen zodaanig geboogen zyn, dat men den buitenſten omtrek van het vat, aan het uiterſte einde der duigen voor de bodems—diepte kan houden. Doch dit alles hangt af van het oordeel en van de geoeffendheid der Wynroejers, die door eene langduurige oplettendheid in het maaken van zulke giſſingen gelukkiger ſlaagen dan de grootſte Wiskunſtenaars, die zig met de *Praćtyk* van het Wynroejen nooit, of ſelden bemoeid hebben. Een kleine miſſlag echter in het bepaalen van de bodems—diepte door giſſingen kan nog al een aanmerkelyk verſchil maaken in de berekeninge van den inhoud: indien, by voorbeeld, de bodems—diepte van het Vat, dat ik tot hier toe altyd gebruikt heb, waarlyk geweeſt was 57, 8, in plaats van 57, 6 halve duimen, zoude, volgens de verbeterde handelwyze der Wynroejers (§. CXLI.) de inhoud geweeſt zyn

28,

$$\frac{28,5055+23,2501}{2} \times 9 + \frac{28,50555-23,2501}{2}$$

$= 235,5279$ ſtoopen, in plaats van $234,8805$ ſtoopen (§. CXLI.); nu is het zeker, dat de ervaarenſte Wynroejer zig in zyn giſſingen omtrent de waare bodems-diepte niet ſlegts twee tiende van een halven duim, maar zelfs drie tiende en meer kan vergiſſen.

Maar als de binnen-langte beneffens de ſteek-lyn $AE = c$ bekend is, en de bodems van binnen volmaakt plat waren (het geene zy niet zyn), zoude men uit de ſponts-diepte $AD = a$, en uit de binnen-langte $GH = 2l$, al zeer naa de bodems-diepte $FE = x$ kunnen weeten: want $AE^2 = EZ^2 + AZ^2$: nu is $AZ = FE + AK$, en $AK = \frac{AD - EF}{2} = \frac{a-x}{2}$; derhalven $AZ = x + \frac{a-x}{2}$, en $c^2 = l^2 + \frac{x^2+2ax+aa}{4}$; dat is, $x^2 + 2ax + aa = 4c^2 - 4l^2$; $x = \sqrt{4c^2 - 4l^2} - a$. In het Aam was volgens de opgave van *van Staten* (§. CXXI.) $c = 24,55$, $l = 13,05$, $a = 22$; derhalven is, $x = 41,5885 - 22 = 19,5885$ duimen in de plaats van $19,2$.

§. CXLV.

De Binnen-langte der vaten kan mede niet, dan *giſſender wyze*, bepaald worden; dewyl 'er geen werktuigen tot nog toe (zo verre my bekend

kend is), gevonden zyn, waar door men binnen in het vat deszelfs langte kan meeten.

Doch zo de bodems-diepte naauwkeurig konde gemeeten worden, zoude men daar uit, uit de spontsdiepte en uit de steck-lyn gemakkelyk de halve binnen-langte, en derhalven ook de geheele, kunnen berekenen: want $l = \sqrt{\frac{c^2 - a^2 - 2ab - bb}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{4c^2 - a^2 - 2ab - b^2}$ Als men het zelfde voorbeeld van het Aam behoudt (§. CXLIV.), is $l = \frac{1}{2}\sqrt{2410{,}81 - 1697{,}44} = 13{,}3545$, in de plaats van 13,05. Doch dewyl de Bodems-diepte gissender wyze bepaald is, zo kan men op deeze rekeninge niet vast gaan.

Men meet dan de langte van buiten, en men trekt daar af tweemaal de langte van de uitsteekende enden der duigen buiten de bodems, en tweemaal de dikte van den bodem; doch de dikte van den bodem wordt ook maar by gissinge bepaald, die meer, of minder gelukkig uitvalt, naar dat de Wynroejer meer of minder geoeffend, meer of minder oplettend is, en geweest is, zo dikwyls hy gelegenheid heeft gehad om vaten te zien sloopen. Men meet doorgaans de uitsteekende Kimmen aan beide zyden; hier uit neemt men een middelgetal; dit vermenigvuldigt men door 3, en de uitkomst is het geene van de buiten-langte moet

afgetrokken worden, om de binnen–lángte te bekomen; alwaar ondersteld wordt, dat de beide bodems, te zamen genomen, zo dik zyn, als de kimmen, of de einden dêr duigen, die buiten den bodem uitsteeken: maar deeze regel is zo algemeen niet, of hy is aan veele uitzonderingen onderhevig. Men gebruikt, om de geheele buiten–langte en de twee langtens der uitsteekende duigen of kimmen te meeten den *Quadraat–stok*, waar aan twee schuiven zyn vast gemaakt, rechthoekig staande op den stok: in het end van deeze schuiven is een vierkante openinge, waar door een klein vierkante stokje steekt, dat in halve duimen, of ook in gedeeltens van halve duimen verdeeld is: als de ééne schuif op een vollen halven duim op de voet- of duim–maat gesteld is, plaatst men den stok in de langte over het midden van het vat (gelyk in *Fig.* 15. is vertoond); de andere schuif wordt op de stok geschoven, tot dat zy tegen de uitsteekende duigen raakt; de kleine duimstokjes toonen dan aan, hoe verre de duigen met haare enden buiten den bodem uitsteeken; en de langte van de stok, tusschen de beide schuiven begreepen, is de langte van het vat van buiten; waar van (volgens den gewoonen regel) driemaal de gemiddelde langte van de uitsteekende duigen buiten den bodem moet afgetrokken worden.

S.

§. CXLVI.

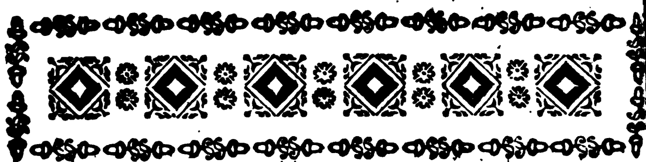
Schoon ik nu tot hier toe de Wynroey-kunde heb aangemerkt als steunende op wiskunstige gronden, echter moet men zig niet verbeelden, dat de vaten zodaanig gesteld zyn, als zy zouden moeten zyn, indien dezelve aan de regels *altoos* zouden beantwoorden: zy worden door menschen gemaakt, die, of uit onkunde, en onachtzaamheid, of uit een voorneemen om Koopers en Roeyers te misleiden, dezelve op zodaanig een wyze maaken, dat zy, zonder merkelyk mis te tasten, door de ervaarensten zelfs niet kunnen geroeid worden. Ik zal alle de feilen, die hier begaan worden, en alle bedriegeryen, die hier in het werk worden gesteld, niet onder het oog brengen; ik zal maar eenige weinige staaltjes voordraagen; ervaarene Wynroeyers, vooral in groote steden, en onder deezen in de eerste plaats de zeer geoeffende Amsterdamsche Wynroejer *J. van Staten*, zouden buiten twyffel daar van een grooter lyst kunnen opgeeven 1° de middel-duig wordt by het spont-gat byna altoos afgeschaafd, zo dat het vat, in zyn sponts-diepte gemeeten wordende, altyd grooter schynt, dan het in der daad is; 2° de duig, die recht tegen over die

van het ſpont—gat geplaatſt is, wordt zomtyds meer uitgehoold bevonden, dan de overigen; zo dat de *Quadraat—ſtok* daar dieper in valt, dan de inhoud van het vat toelaat. 3°; de duigen, als mede de bodems worden op die plaatſen, daar men met den *Quadraat* en *Cubic—ſtok* niet bykomt, dikker gemaakt, dan naar behooren; zelfs heeft men bevonden, dat groote ſtukken hout binnen in de vaten waren vaſt gemaakt, de plaats inneemende, die met Wyn, Brandewyn enz. hadt moeten gevuld zyn. 4°. Daar de duigen met den bodem worden vereenigd, zyn de bodems dikwyls meer afgeſchaafd, op dat de Steek—lyn grooter ſchyne, dan zy in der daad is. 5°. Door de onachtſaamheid van de Kuipers zyn de vaten van binnen in hunnen omtrek meer veelhoekig, dan cirkelvormig, waar door hun inhoud kleinder is, dan behoorde. Andere kunſtgreepen worden in het werk geſteld, als men een vat kleinder wil doen ſchynen, dan het in der daad is, om dus doende 's Lands *impoſten* te kort te doen; maar ik zoeke de waare gronden van het Wynroeyen te behandelen, en niet de wegen aan te wyzen om 's Lands inkomſten te verminderen. Het is hier genoeg, dat men wegens de gebreken der vaten, en de menigvuldige bedriegeryen, die daar omtrent gepleegd worden, de uiterſte aaauwkeurigheid in het be-

paa-

paalen van derzelver inhoud niet kan verwegten, al was het, dat de beste handelwyze (§. XC.) de juiste inhoud opleverde (welke echter maar *by aannaderinge* zeer na aan de waarheid komt); al was het, dat men een Meetkundigen regel konde geeven, die zelfs voor ongeoeffenden te bevatten was, en met weinig omslag en met weinig tydspilling konde in *Practyk* gebragt worden; echter zouden de vaten zig daar niet na schikken, indien zy niet met een Wiskundige juistheid en met oprechtheid, zonder voorneemen van te bedriegen, zyn gemaakt.





TWEEDE AFDEELINGE

OVER DE

PEILKUNDE,

EERSTE HOOFDSTUK.

Over het Peilen der liggende Vaten.

§. CXLVII.



Door de *Peil-kunde* verstaat men *de kunst om de hoeveelheid vogts te meeten, welke in een vat is begreepen, dat niet geheel vol is.* Over deeze kunst zal ik op dezelfde wyze handelen, als over de *Wynroeykunde*, eerst onderzoekende, of, en in hoe verre de Peil-kunde op Meetkundige gronden rust; daar na het gebruik aantoonende, dat men van deeze Kunst en van de Tafelen en Werktuigen, welke daar toe dienen, te maaken hebbe.

§. CXLVIII.

§. CXLVIII.

Schoon wel de meeste vaten, die gepeild moeten worden, *liggende* zyn, zo dat hun as, of langte waterpas, of evenwydig ligt met den Gezigt—einder, echter gebeurt het zomtyds, dat de vaten om plaats te winnen, *over end* gezet worden, zo dat het vogt uitgetapt wordt door een kraan, die naby den ondersten bodem is. Schoon het nu veel moejelyker is Meetkundige gronden te vinden voor de Peiling der *liggende*, dan voor die der *staande* vaten, echter zal ik in de eerste plaatse over het Peilen der *liggende* vaten handelen, om dat zulks het meeste te stade komt; terwyl de gronden, waar op de beide soorten van peilingen rusten, zo verre van malkander verschillen, dat zy naauwlyks eenige gemeenschap hebben, dan dat men in beide gevallen den geheelen inhoud der vaten moet kennen, ten zy men denzelven op eene onvolmaakter wyze door de peilinge zelve wilde ontdekken.

§. CXLIX.

Als men de *leggende* Vaten aanmerkt als geknotte Kegels, die met hunne grondslagen tegen malkander aanstaan (§. LXXVII.), is 'er niet wel

een regel te vinden, die de grootte van ieder Waterpassige, of gezigt-einderlyke sneede op eene Meetkundige wyze zodaanig bepaalt, dat men of door de gemeene Rekenkunst, of door de *Fluxie*-Rekeninge daar van gebruik zoude kunnen maaken, om de hoeveelheid vogts te vinden, die in het vat nog overig is. Alle deeze sneeden zyn *Hyperbolen*, of Wassende Sneeden, die ieder haaren byzonderen dwerschen as (*axis transversus*) hebben; als meede haare byzondere afgesneedene (*abscissæ*) en toegepasten (*ordinatæ*); zo dat hier zeer zamengestelde berekeningen vereischt worden, die veel ligter worden gemaakt door de Tafelen van den Heer *Sharp* (p), maar nochtans te moejelyk blyven, om zig daar van in de *Practyk* te bedienen. Daar en boven zoude 'er een andere weg zyn, om den inhoud te vinden van een stuk eenes Parabolischen Kegels, (§. LXXXVII.) die gemakkelyker is, terwyl de Parabolische Kegels in dit stuk ten opzigte van den geheelen inhoud van het vat geen andere uitkomst geeven, als de gemeene Kegels (§. LXXVII.); schoon ook nog die weg, welken ik hier beooge, waar van ik in §. CLXIV. zal spreeken, voor de *Practyk* te moejelyk is, dewyl het hier minder aankomt op kun-

(p) Geometry Improv'd pag. 23-34. Zie ook *Simpson* the Doctrine of Fluxions pag. 183. &c.

kunstige berekeningen, dan wel op zodaanige handelwyzen, waar van een Peilder kan gebruik maaken, of ten minsten waar door men ten dienste der Peilders zonder al te veel omslag Tafelen kan berekenen. Hierom heeft men een' anderen weg moeten inslaan, betrekkinge hebbende op de handelwyze, welke ik boven (§. LXXIX.) heb beschreeven, volgens welken een vat als herschapen wordt in een Cylinder, wiens grondslag de Rekenkundige middel-evenredige is tusschen den oppervlakkigen inhoud van den cirkel, wiens middellyn is de sponts-diepte en tusschen den inhoud van den bodem. Men zoekt dan eerst, hoe het gesteld zoude zyn, als het vat een Cylinder is. Stel, dat ADLK een Cylinder is, wiens grondslag ABDE gelyk is aan den Cirkel *ABDE*, dat de oppervlakte van het vogt is EBHI; den lighaamelyken inhoud van EBDLHI, of van EBAKHI vindt men, als men den oppervlakkigen inhoud van het Cirkelstuk DEB=*DEB*, of AEB=*AEB* vermenigvuldigt door de langte of hoogte AK. De oppervlakkige inhoud van het Cirkel-stuk ABE =*ABE* wordt gevonden door van den Cirkelsnyder of gemengden drieboek. *EABG* den recht-lynigen driehoek *EBG* af te trekken. Als men de middellyn AD=*AD* kent, ontdekt men ligt den oppervlakkigen inhoud van den geheelen Cirkel (§. LXIX.); waar uit dan door Fig. 16.

den regel van driën, de oppervlakkige inhoud van *EABG* gemakkelyk wordt berekend; dewyl de geheele inhoud van den Cirkel-ſtaat tot den gemengden driehoek *EABG*, als de geheele omtrek tot den boog *EAB*. De inhoud van den driehoek *EBG* is de uitkomſt der vermenigvuldiginge van *FG* door *FB*=*EF*. Als het Cirkel-ſtuk *EABFE* bekend is, vindt men ligt het Cirkelſtuk *EDBFE*, als men het eerſte aftrekt van den geheelen inhoud des Cirkels.

§. CL.

Deeze berekeninge (§. CXLIX.) vereiſcht zo veel omſlags, (ſchoon 'er weinig kenniſſe van de Wiskunſt toe noodig is), dat het een Peilder niet kan gevergd worden, dat hy by ieder Peilinge zodaanig een rekeninge zoude opmaaken, al was het dat alle de vaten de gedaante van Cylinders hadden, of op eene Meetkundige wyze in Cylinders konden worden hervormd. Hierom is door verſcheiden Wiskunſtenaaren een Tafel berekend, waar in voor ieder pyl, gelyk *AF*, de inhoud van het Cirkelſtuk *ABFE*, dat het *Pees-deel* doorgaans genoemd wordt, is bepaald, onderſtellende, gemaks halve, dat de middellyn van den Cirkel verdeeld is in 1000 of in 10000 deelen, en de inhoud van den geheelen Cirkel ook in 1000 of 10000, of

(ge-

(gelyk in die geenen, welke door den naauwkeurigen Heer *Sharp* (q) zyn vervaerdigd) in 1,000000000000000000 deelen is gedeeld. Stel de middellyn van een Cylinder $=AD=AD$ $=30,7722$ duimen (§. XC.), $AF=6$, zo vindt men door de gemeene Driehoeks-rekeninge, dat, dewyl $FG=AG-AF=9,3861$, de lyn $FB=FB$ is $=12,1942$ duimen, en de boog $BC=37°,35'\frac{1}{2}$, dus de boog $BAE=104°.49'$. De inhoud van den geheelen Cirkel is (§. LXVIII.) $=743,7159$ vierkante duimen: nu ſtaat $360° : 104°,49' = 21600' : 6289' = 743,7159 : 216,5382$; dit vierde getal is de oppervlakkige inhoud van den Cirkel-ſnyder $EABGE$, waar van, $EGB=114,4318$ afgetrokkende zynde, voor $EABE$ overblyven 102, 1064 vierkante duimen. Als men de Tafelen van den Heer *Sharp* of anderen wil gebruiken, ſtaat 30,7722 tot 6, als 10000 tot 1949, 81. Als men zoekt, welk getal daar tegen over ſtaat onder de Pees-deelen, of inhouden, vindt men 13728,97; en als 100000 geeven 13728, 97, zo geeven 743,7159 (de inhoud van den geheelen Cirkel) 102, 1036 het geen met de voorige rekeninge genoegſaam juiſt overeenſtemt. Ik zal dan hier tot gemak der Wynroejers de Tafelen van den Heer *Sharp* opgeeven, die niet dage-

(q) Geometry Improv'd.

gelyks voorkomen; echter zal ik dezelve verkorten op tweederley wyze, wanneer zy hier tot het oogmerk voldoende zullen zyn.

Pylen.	Pees-deelen.	Pylen.	Pees-deelen.	Pylen.	Pees-deelen.
001	00005	031	00918	061	02510
002	00015	032	00962	062	02572
003	00028	033	01008	063	02633
004	00043	034	01053	064	02695
005	00060	035	01100	065	02758
006	00079	036	01147	066	02821
007	00099	037	01195	067	02884
008	00121	038	01243	068	02948
009	00145	039	01292	069	03012
010	00169	040	01342	070	03077
011	00195	041	01392	071	03142
012	00222	042	01443	072	03208
013	00251	043	01494	073	03274
014	00280	044	01546	074	03341
015	00310	045	01599	075	03407
016	00342	046	01652	076	03475
017	00374	047	01705	077	03542
018	00408	048	01759	078	03610
019	00442	049	01814	079	03679
020	00477	050	01869	080	03748
021	00513	051	01925	081	03817
022	00550	052	01981	082	03887
023	00588	053	02038	083	03957
024	00627	054	02095	084	04027
025	00666	055	02153	085	04098
026	00706	056	02212	086	04169
027	00747	057	02270	087	04241
028	00788	058	02330	088	04313
029	00831	059	02389	089	04385
030	00874	060	02450	090	04458

091

Pylen.	Pees-deelen.	Pylen.	Pees-deelen.	Pylen.	Pees-deelen.
091	04531	125	07215	159	10234
092	04604	126	07299	160	10328
093	04678	127	07384	161	10421
094	04752	128	07469	162	10515
095	04827	129	07554	163	10609
096	04902	130	07639	164	10703
097	04977	131	07725	165	10797
098	05052	132	07811	166	10892
099	05128	133	07897	167	10987
100	05204	134	07984	168	11082
101	05281	135	08071	169	11177
102	05358	136	08158	170	11273
103	05435	837	08246	171	11368
104	05513	138	08333	172	11464
105	05591	139	08421	173	11561
106	05669	140	08509	174	11657
107	05747	141	08598	175	11754
108	05826	142	08687	176	11851
109	05905	143	08776	177	11948
110	05985	144	08865	178	12045
111	06065	145	08955	179	12142
112	06145	146	09044	180	12240
113	06225	147	09134	181	12338
114	06306	148	09225	182	12436
115	06387	149	09315	183	12535
116	06469	150	09406	184	12633
117	06550	151	09497	185	12732
118	06632	152	09588	186	12831
119	06715	153	09680	187	12930
120	06797	154	09772	188	13030
121	06880	155	09864	189	13129
122	06963	156	09956	190	13229
123	07047	157	10049	191	13329
124	07131	158	10141	192	13429

Pylen.	Pees-deelen.	Pylen.	Pees-deelen.	Pylen.	Pees-deelen.
193	13530	227	17055	261	20772
194	13630	228	17161	262	20884
195	13731	229	17268	263	20996
196	13832	230	17375	264	21108
197	13933	231	17483	265	21220
198	14035	232	17490	266	21333
199	14136	233	17697	267	21445
200	14238	234	17805	268	21558
201	14340	235	17913	269	21671
202	14442	236	18021	270	21784
203	13544	237	18129	271	21897
204	14647	238	18238	272	22010
205	14750	239	18346	273	22124
206	14852	240	18455	274	22237
207	14955	241	18564	275	22351
208	15059	242	18673	276	22464
209	15162	243	18782	277	22578
210	15266	244	18891	278	22692
211	15370	245	19001	279	22807
212	15474	246	19110	280	22921
213	15578	247	19220	281	23035
214	15682	348	19330	282	23150
215	15787	249	19440	283	23264
216	15891	250	19550	284	23379
217	15996	251	19660	285	23494
218	16101	252	19771	286	23009
219	16207	253	19882	287	23724
220	16312	254	19992	288	23839
221	16418	255	20103	289	23955
222	16523	256	20214	290	24070
223	16629	257	20326	291	24186
224	16735	258	20437	292	24302
225	16842	259	20548	293	24417
226	16948	260	20660	294	24533

Pylen.	Pees-deelen.	Pylen.	Pees-deelen.	Pylen.	Pees-deelen.
295	24650	329	28660	363	32777
296	24766	330	28780	364	32900
297	24882	331	28900	365	33022
298	24998	332	29019	366	33145
299	25115	333	29139	367	33268
300	25232	334	29259	368	33391
301	25348	335	29397	369	33513
302	25465	336	29499	370	33636
303	25582	337	29620	371	33759
304	25699	338	29740	372	33882
305	25816	339	29861	373	34005
306	25934	340	29981	374	34127
307	26051	341	30102	375	34252
308	26169	342	30223	376	34375
309	26286	343	30344	377	34500
310	26404	344	30465	378	34622
311	26522	345	30586	379	34746
312	26640	346	30707	380	34869
313	26758	347	30828	381	34993
314	26876	348	30949	382	35116
315	26994	349	30107	383	35240
316	27112	350	30192	384	35364
317	27231	351	31313	385	35488
318	27349	352	31435	386	35612
319	27468	353	31556	387	35736
320	27587	354	31678	388	35860
321	27706	355	31800	389	35984
322	27825	356	31922	390	36108
323	27944	357	32044	391	36232
324	28063	358	32166	392	36357
325	28182	359	32288	393	36481
326	28301	360	32410	394	36605
327	28421	361	32533	395	36730
328	28540	362	32655	396	36854

Pylen.	Pees-deelen.	Pylen.	Pees-deelen.	Pylen.	Pees-deelen.
397	36979	432	41369	467	45801
398	37104	433	41495	468	45928
399	37228	434	41621	469	46055
400	37353	435	41747	470	46183
401	37478	436	41874	471	46310
402	37603	437	42000	472	46437
403	37727	438	42126	473	46564
404	37852	439	42253	474	46691
405	37977	440	42379	475	46818
406	38102	441	42505	476	46945
407	38228	442	42632	477	47073
408	38353	443	42758	478	47200
409	38478	444	42885	479	47327
410	38603	445	43011	480	47454
411	38728	446	43138	481	47581
412	38854	447	43264	482	47799
413	38979	448	43391	483	47836
414	39104	449	43518	484	47963
415	39230	450	43644	485	48090
416	39355	451	43771	486	48218
417	39481	452	43898	487	48345
418	39606	453	44025	488	48472
419	39732	454	44151	489	48600
420	39858	455	44278	490	48727
421	39983	456	44405	491	48854
422	40109	457	44532	492	48981
423	40235	458	44659	493	49109
424	40361	459	44786	494	49236
425	40487	460	44912	495	49363
426	40613	461	45039	496	49491
427	40738	462	45166	497	49618
428	40864	463	45293	498	49745
429	40990	464	45420	499	49809
430	41117	465	45547	500	50000
431	41243	466	45674		

§. CLI.

§. CLI.

Om nu deeze berekeningen op buikige vaten, volgens de gewoone handelwyze der Peilders te kunnen toepassen, zullen wy eerst de hervorminge der vaten in Cylinders nader moeten beschouwen, om des te beter te kunnen bepaalen, welke gebreken in die toepassinge overblyven. Om een vat, dat meer of min buikig is, in een Cylinder te hervormen, wordt 'er vereischt, dat 'er een Cylinder gevonden worde, die denzelfden lighaamelyken inhoud heeft met het vat; ten welken einde ik boven op verscheiden plaatsen uit de opgegeeven berekeningen de middellyn, of halve middelyn van den Cylinder heb afgeleid, die met zyn inhoud aan dien van het vat gelyk zoude zyn, indien deeze met de vereischte juistheid was berekend (r), uit welke gantsch verschillende bepaalingen blykt, dat de berekeningen van de hoeveelheid nats, welke in een vat overig is, anders en anders moeten uitvallen, naar dat men de ééne of de andere onderstellinge aanneemt.

§. CLII.

De meesten, die over de Peil-kunde hebben ge-

(r) Zie §. 77, 79, 80, 81, 87, 90 en 91.

gehandeld, en genoegſaam alle de Peilders bedienen zig van de gantſch ongegronde onderſtellinge, als of de inhoud van een vat gelyk was aan die van een Cylinder, wiens *middellyn* de Rekenkundige middel–evenredige is tuſſchen de ſponts–diepte en tuſſchen de bodems–diepte (§. LXXXI.); welke onderſtellinge den inhoud nog merkelyk kleinder maakt dan de gewoone onderſtellinge, die doorgaans in het Wynroeijen gebruikt wordt (§. LXXIX en CXLIX.), als of de *grondſlag* van den Cylinder gelyk was aan de rekenkundige middel–evenredige tuſſchen den inhoud van den Cirkel, wiens middellyn is de ſponts–diepte en tuſſchen den inhoud van den bodem; en echter zyn op die onderſtellinge (§. LXXXI.) byna alle *Wan–tafels* en *Wan–ſtokken*, of *Peil–roeden* gebouwd. Men trekt de gemiddelde middellyn, of de middellyn Z S van den
Fig. 18. Cylinder, waar in het vat wordt gerekend hervormd te zyn, van de ſponts–diepte A D; de helft van het overſchot R D is het verſchil tuſſchen de halve ſponts–diepte en tuſſchen de halve middellyn van den gemelden Cylinder. Voorts meet men de hoogte van het nat F D, en men trekt daar van af R D; het overſchot F R is de pyl van het Cirkelſtuk E F B R E,
Fig. 19. waar van de inhoud dan gevonden wordt, of door berekeninge, of door de Tafels (§. CL.) Stel, dat de ſponts–diepte is $=32$, de bodems-

diepte

diepte $= 28,8$, zo is de gemiddelde middellyn, volgens deeze onderstellinge, $= \frac{32 + 28.8}{2} = 30,4$; het halve verschil tusschen de sponts–diepte en deeze gemiddelde middellyn SD $=$ RD is $= \frac{32 - 30,4}{2} = 0,8$; als de natshoogte FD of MD is 9 duimen, is FR $=$ FD $-$ RD $= 9 - 0,8 = 8,2$. Als men dan uit GQ of GR, of liever uit de geheele middellyn OR $= 30,4$, en uit FR $= 8,2$ den oppervlakkigen inhoud berekent van het Cirkel–stuk EFBRE, vindt men (den geheelen inhoud van den Cirkel stellende op 725,884 vierkante duimen) ~~228,511~~ vierkante duimen; als men dit getal vermenigvuldigt door 45 (zynde de binnen–langte), en deelt door 141,069 (zynde de taerling–duimen, die een stoop uitmaaken) verkrygt men voor de gezogten hoeveelheid nats, die 'er in het vat overig is, ~~70,8946~~ stoopen. Als de hoogte van het nat grooter is dan de helft van de sponts–diepte, berekent men op dezelfde wyze den lighaamelyken inhoud van het ledige deel, en trekt deezen inhoud af van den geheelen inhoud van het vat; het overschot is de hoeveelheid nats, dat in het vat overig is.

+ 725,668

+2 157,93

+ 70,347

§. CLIII.

Eer ik nu overgaa om de gebreken van deeze

 han-

handelwyze aan te toonen, zal ik onder het oog brengen, hoe hier uit de Wan-tafels en Wanstokken, of Peil-roeden worden berekend. Daar zyn drie *Wan-tafels* vervaardigd voor driederley soort van vaten; dewyl men zag, dat de buikigheid der vaten te veel van malkander verschilt, dan dat één en dezelfde Tafel voor allen zoude kunnen dienen. Men onderscheidt de vaten in *Dikbuikigen*, *Middelbaarbuikigen*, en *Dunbuikigen*; in de *eersten* staat de sponts-diepte tot de bodems-hoogte als 1000 tot 840; in de *tweeden* als 1000 tot 880; en in de *derden* als 1000 tot 920. In de *dikbuikigen* is, volgens den bovengemelden regel (§. LXXXI.) de gemiddelde diepte, of de middellyn van den Cylinder, waar in het vat hervormd wordt, $=\frac{1000+840}{2}=920$. Als men van 1000 aftrekt 920, is het overschot $=80=AK+SD$; en dus $SD=40$. Voorts onderstelt men, dat het vat 100 stoopen inhoudt; derhalven vindt men de hoogte, of de *nats-deelen* van één stoop door den regel van driën; dewyl, naamelyk, de oppervlakkige inhoud van den geheelen cirkel, die den grondslag uitmaakt van den Cylinder, in 1000, of 10000 deelen kan gedeeld gerekend worden, zo is $100:1=10000:100$; als men dit vierde getal zoekt in de Tafel der Pees-deelen (§. CL.), staat daar tegen over de pyl 32,9. Nu is 10000 tot 32,9 als 920 (de

(de middellyn van den Cylinder) tot 30,2680; dit vierde getal wordt gevoegd by het gevonden verſchil 40, en de ſomme 40 + 30, 2680 =70,2680 is de hoogte van het nat, als 'er één ſtoop in het vat is. Op dezelfde wyze vindt men voor 2 ſtoopen een hoogte van 40+48,116 =88,116 deelen, waar van 920 de middellyn van den Cylinder, of de middel–diepte van het vat uitmaaken. Als men 70,2680 aftrekt van 1000 (zynde de ſponts–diepte van het vat) heeft men 929,732 deelen voor de hoogte, of nats–deelen van 99 ſtoopen; 1000 — 88,116 =911,884 deelen voor 98 ſtoopen en zo vervolgens. En hier uit is genoeg op te maaken, hoe de Wan–tafels voor *middelbaarbuikige* en *dunbuikige* vaten op deeze onderſtellinge moeten worden berekend; als men acht geeft, dat in de *middelbaarbuikigen* de middel–diepte of middellyn van den Cylinder is $= \frac{1000+880}{2} = 940$, en het halve verſchil tuſſchen de gemiddelde diepte en de ſponts–diepte $= \frac{1000-940}{2} = 30$. In de *dunbuikigen* is de middel-diepte$=ZS=\frac{1000+920}{2}$ $=960$, en het halve verſchil tuſſchen de ſponts-diepte en tuſſchen de gemiddelde diepte $\frac{1000-960}{2} = 20 = SD$. Ik zal hier de drie Wan-

tafels opgeeven, zo als dezelve by van der Boot (s) worden gevonden, en voor deezen door den Hr. *C. F. Eversdyk*, in zyn leven Rekenmeester des Lands en Graaflykheid van Zeeland, zyn berekend.

Eerste Wantafel.

Bodems hoogte 840, tegens de Sponts-diepte 1000.

Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.
$\frac{1}{10}$	28	17	248	42	442	67	624
$\frac{2}{10}$	37	18	257	43	449	68	632
$\frac{3}{10}$	44	19	265	44	457	69	639
$\frac{4}{10}$	49	20	274	45	464	70	647
$\frac{5}{10}$	53	21	282	46	471	71	655
$\frac{6}{10}$	57	22	290	47	478	72	662
$\frac{7}{10}$	61	23	298	48	486	73	670
$\frac{8}{10}$	64	24	306	49	493	74	678
$\frac{9}{10}$	67	25	314	50	500	75	686
1	70	26	322	51	507	76	694
2	88	27	330	52	514	77	702
3	103	28	338	53	522	78	710
4	117	29	345	54	529	79	718
5	130	30	353	55	536	80	726
6	141	31	361	56	543	81	735
7	153	32	368	57	551	82	743
8	163	33	376	58	558	83	752
9	174	34	383	59	565	84	760
10	184	35	391	60	573	85	769
11	194	36	398	61	580	86	778
12	203	37	405	62	587	87	787
13	213	38	413	63	595	88	797
14	222	39	420	64	602	89	806
15	231	40	427	65	609	90	816
16	240	41	435	66	617	91	826

92

(s) Beknopte Wyn-roeykunde pag. 25-27.

Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.
92	837	95	870	97	897	99	939
93	847	96	883	98	912	100	1000
94	859						

Tweede Wantafel.

Bodems hoogte 880, tegens de Spons-diepte 1000.

Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.
$\frac{1}{10}$	24	20	269	47	478	74	682
$\frac{2}{10}$	33	21	277	48	485	75	690
$\frac{3}{10}$	39	22	286	49	493	76	698
$\frac{4}{10}$	43	23	294	50	500	77	706
$\frac{5}{10}$	47	24	302	51	507	78	714
$\frac{6}{10}$	50	25	310	52	515	79	723
$\frac{7}{10}$	53	26	318	53	522	80	731
$\frac{8}{10}$	56	27	326	54	530	81	740
$\frac{9}{10}$	59	28	334	55	537	82	748
1	61	29	342	56	544	83	757
2	79	30	350	57	552	84	766
3	95	31	358	58	559	85	775
4	109	32	365	59	567	86	784
5	121	33	373	60	574	87	794
6	134	34	381	61	582	88	803
7	145	35	388	62	589	89	813
8	156	36	396	63	597	90	823
9	167	37	403	64	604	91	833
10	177	38	411	65	612	92	844
11	187	39	418	66	619	93	855
12	197	40	426	67	627	94	866
13	206	41	433	68	635	95	879
14	216	42	441	69	642	96	891
15	225	43	448	70	650	97	905
16	234	44	456	71	658	98	921
17	243	45	463	72	666	99	939
18	252	46	470	73	674	100	1000
19	260						

Derde Wantafel.

Bodems hoogte 920, tegens de Spons-diepte 1000.

Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.
$\frac{1}{10}$	20	20	264	47	477	74	686
$\frac{2}{10}$	28	21	272	48	485	75	694
$\frac{3}{10}$	33	22	281	49	492	76	702
$\frac{4}{10}$	37	23	289	50	500	77	711
$\frac{5}{10}$	40	24	298	51	508	78	719
$\frac{6}{10}$	43	25	306	52	515	79	728
$\frac{7}{10}$	46	26	314	53	523	80	736
$\frac{8}{10}$	48	27	322	54	530	81	745
$\frac{9}{10}$	50	28	331	55	538	82	754
1	52	29	339	56	545	83	763
2	70	30	347	57	553	84	772
3	86	31	355	58	560	85	781
4	100	32	36[illegible]	59	568	86	790
5	113	33	370	60	576	87	800
6	126	34	378	61	583	88	810
7	138	35	386	62	591	89	820
8	149	36	394	63	599	90	830
9	160	37	401	64	606	91	840
10	170	38	409	65	614	92	851
11	180	39	417	66	622	93	862
12	190	40	424	67	630	94	874
13	200	41	432	68	638	95	887
14	210	42	440	69	645	96	900
15	219	43	447	70	653	97	914
16	228	44	455	71	661	98	930
17	237	45	462	72	669	99	948
18	246	46	470	73	678	100	1000
19	255						

§. CLIV.

§. CLIV.

De *Peil–Roeden* of *Wan–stokken*, zyn wederom uit deeze Tafels berekend, en steunen dus op dezelfde onderstellingen (§. LXXXI.); maar om dezelven te doen dienen op de vaten, die het meest in gebruik en aan den yk onderworpen zyn, heeft men met recht de *tweede* Wantafel daar toe genomen, welke behoort tot de *middelbaar–buikige* vaten; nademaal in de Nederlandsche vaten de sponts–diepte staat tot de bodems–diepte als 100 tot 87, als men uit de meest–voorkomenden een middel getal neemt (§. CXIX.) Men heeft Peil-roeden voor *Aamen*, *halve Aamen*, *Ankers*, *halve Ankers* of *Steekannen*, en *halve Stee-kannen*, ook nog voor *halve Oxhoofden*, schoon deeze aan geen yk onderworpen en minder aan regels gebonden zyn dan de Nederlandsche vaten. Ik zal alleen *het Aam* tot een voorbeeld neemen, volgens de sponts-diepte en bodems-hoogte, welke my door den Wynroejer *van Staten* is opgegeeven (§. CXXI.); doch den inhoud zal ik stellen op 64 stoopen, schoon dezelve maar bevonden is van 63½ stoopen. De sponts-diepte 22, en de bodems-diepte 19,2 zynde, moet men, volgens deezen regel, om de hoogte voor een stoop te vinden stellen, 64 staat tot 1 als 100 tot 1,5625; als men dit getal zoekt onder de Inhouden of Nats-

deelen in de *tweede* Wan-tafel, vindt men voor 1 ſtoop de pyl 61, en voor 2 de pyl 79; derhalven zoude 1, 5625 moeten ſtaan tegen 71, 125. Vervolgens ſtelt men : 1000, de ſponts-diepte, ſtaat tot 71, 125, als 22, (de ſponts-diepte van het Aam) tot 1, 56475 duim. Als 'er dan nog 63 ſtoopen op het Aam zyn, moet het vogt ſtaan ter hoogte van 22 — 1, 56475 = 20, 43525 duimen. Op dezelfde wyze vindt men voor 2 ſtoopen 2, 1285 duimen, en dus voor 62 ſtoopen 22 — 2, 1285 = 19, 8715 duimen. Als nu op een ebbenhouten of palmhouten roede de verdeelingen volgens deeze berekeningen worden geſneeden, is 'er niets anders te doen, dan dat men de roede, na dat het vat met zyn as, of lyn, die de middel-punten der bodems zamenhecht, juiſt waterpas gelegd is, loodrecht neerſteeke door het ſpontgat, tot dat zy ſtuit op de tegen overſtaande duige; wanneer de roede, zo verre zy nat is, zal aanwyzen, hoe veel vogts in het vat overig is, zonder eenige verdere berekeninge.

§. CLV.

Als aan de andere kant de hoogte van het nat in een vat van een bekenden inhoud, de ſponts-diepte ende bodems-hoogte gegeeven is, kan men daar uit de hoeveelheid van het Nat be-

berekenen, dat in het vat nog overig is (§. CL.) alleen de Tafels van den Heer *Sharp* te hulp roepende. Stel, dat *in het Aam* het nat 6,5 duimen hoog ftaat, en men wil weeten, hoe veel nog in het vat is, zo trekt men van deeze hoogte het halve verfchil tusfchen de fponts-diepte en de middel-diepte of de middellyn van den Cylinder, waar in het Aam hervormd wordt gerekend, (het welke hier is $\frac{22 - 20,88}{2} = 0,56$). Het overfchot is $6,5 - 0,56 = 5,94$. Nu is 20,88 (de middeldiepte volgens §. XCII.) tot 5,94, als 1000 tot 284,5. met deeze pyl ftemt in de Tafel van *Sharp* (§. CL.) overeen 23436. Voorts is 100000 tot $23436 = 64 : 14,99904$; zo dat 'er byna 15 ftoopen in het Aam zyn overgebleeven. Stel, dat *in het halve Aam* het nat 4 duimen hoog ftaat: de middel-diepte is 16,76 (§. XCII.) en de fponts-diepte 17,6 duimen; dus moet van 4 duimen afgetrokken worden $\frac{17,6 - 16,76}{2} = \frac{0,84}{2} = 0,42$, zo dat 'er overig blyven 3,58 duimen. Voorts is 16,76 tot 3,58, als 1000 tot 213,6: hier mede ftemt het getal 15640 in de Tafel van den Heer *Sharp* overeen; nu is 100000 tot 15640, als 32 tot 5,0048; zo dat 'er ruim 5 ftoopen in het halve Aam overig zyn.

Ech-

Echter heb ik reeds een kleine verbeteringe, volgens §. XCII. aan deeze berekeninge gedaan, op dat dezelve overeen zoude komen met het geene ik zal voordraagen in §. CLIX. Door den gewoonen weg zonder verbeteringe vindt men, volgens een diergelyke berekeninge, *in het Aam* voor 6,5 duimen hoogte 14,736 ſtoopen; en *in het halve Aam* voor 4 duimen hoogte 4,928 ſtoopen.

§. CLVI.

De handelwyze, welke ik tot hier toe heb voorgeſteld (§. CLII–CLIV.), is buiten twyffel van zodaanigen aard, dat een Wiskunſtenaar daar in niet kan beruſten; *voor eerſt* is de onderſtellinge omtrent de middel–diepte, of middellyn van den Cylinder, waar in het vat hervormd wordt gerekend, geheel en al valſch; dewyl door deezen weg de inhoud nog merkelyk kleinder valt, dan of het was aangemerkt als zamengeſteld uit twee geknotte kegels, niet tegenſtaande deeze zelfs veel te weinig uitleveren, om dat de geheele kromte der duigen wordt over het hoofd gezien (§. LXXVII en LXXXI): zo dat de middellyn van den Cylinder hier is (als men het voorbeeld neemt, dat ik tot hier toe doorgaans gebruikt heb) = 30,4, in de onderſtellinge van de twee geknotte kegels

gels =30,41403, en in de onderstellinge, die het naaste aan de waarheid komt, =30,7722 (§. XC.) In het *Aam* is volgens deeze laatste berekeninge de middellyn van den Cylinder 20,93; daar dezelve in de onderstellinge, waar op de Wan-tafels gebouwd zyn, slegts 20,6 duimen zoude bevatten.

§. CLVII.

Dit eerste gebrek kan weggenomen, of verminderd worden, als men de Wan-tafels berekent volgens een middellyn, die nader aan de waarheid komt, het zy dan, dat men de Stelkunde wil te hulp roepen (§. XC.), of dat men den weg inslaa, welken ik boven (§. XCII.) heb aangeweezen; en hier van heb ik my bediend in het opmaaken van de nieuwe Wan-tafels, en in het berekenen en tekenen van de nieuwe Peilstokken, die nu tot Leggers dienen by het Collegie van H. Ed. Mog. de Heeren Gecommitteerde Raaden. Ik zal dan een aanvang maaken met de *eerste* Wan-tafel, welke onderstelt, dat de sponts-diepte staat tot de bodems-diepte als 1000 tot 840. Als men de Stel-kunde gebruikt op de wyze van den Heer *Camus* (§. XC.) vindt men voor QR=XS 936; genoegsaam het zelfde heeft men door §. XCII.; derhalven is SD=RD=32. Voor een stoop vindt men

(§. CLIII.)

(§. CLIII.) een pyl van 32,9 deelen: nu is 10000 tot 32,9, als 936 tot 30,7944 en derhalven is de hoogte van het nat = 32 + 30,7944 = 62,7944.

Eerste Wantafel.

stoop	deelen.	stoop	deelen.	stoop	deelen.
0,1	38,552	9,5	173,336	35	388,720
0,2	42,483	10	178,484	36	496,198
0,3	45,859	11	188,499	37	403,779
0,4	48,661	12	198,140	38	411,267
0,5	51,282	13	207,687	39	418,755
0,6	53,809	14	217,047	40	426,243
0,7	56,149	15	226,126	41	433,638
0,8	58,489	16	235,112	42	441,032
0,9	60,642	17	244,004	43	448,426
1	62,794	18	252,709	44	455,821
1,5	72,342	19	261,320	45	463,215
2	81,045	20	269,838	46	470,610
2,5	88,909	21	278,262	47	478,004
3	96,397	22	286,498	48	485,305
3,5	103,510	23	294,735	49	492,699
4	110,344	24	302,878	50	500,000
4,5	116,802	25	310,928	51	507,301
5	123,073	26	318,978	52	514,695
5,5	129,240	27	326,934	53	521,996
6	135,147	28	334,796	54	529,390
6,5	140,950	29	342,658	55	536,785
7	146,566	30	350,427	56	544,179
7,5	152,182	31	358,102	57	551,574
8	157,611	32	365,778	58	558,968
8,5	163,946	33	373,453	59	566,362
9	168,188	34	381,034	60	573,735

ftoop.	deelen	ftoop.	deelen	ftoop.	deelen
61	581,245	75	689,072	88	801,860
62	588,733	76	697,122	89	811,501
63	596,221	77	705,265	90	821,516
64	603,802	78	713,502	91	831,812
65	611,280	79	721,738	92	842,389
66	618,966	80	730,162	93	853,434
67	626,547	81	738,680	94	864,853
68	634,222	82	747,291	95	876,927
69	641,898	83	755,996	96	889,656
70	649,573	84	764,888	97	903,603
71	657,342	85	773,874	98	918,955
72	665,204	86	782,953	99	937,206
73	673,066	87	792,313	100	1000,000
74	681,022				

De *tweede* Wan—tafel, voor de *middelbaar-buikigen*, onderftelt, dat de fponts—diepte is 1000, en de bodems—diepte 880; de gemiddelde middellyn, of de middellyn van den Cylinder, waar in het vat hervormd wordt, is, volgens de fynfte berekeninge (§. XC) $=954$ deelen; volgens den gewoonen trant flegts 940. Door deeze verbeteringe wordt $SD = \frac{1000-954}{2} = 23$, in de plaats van 30. Op deeze gronden heb ik berekend

De Tweede Wantafel.

Voor Middelbaarbuikige Vaten.

ftoop.	deelen	ftoop.	deelen	ftoop.	deelen.
0,1	29,678	0,7	47,613	2,5	81,003
0,2	33,685	0,8	49,998	3	88,635
0,3	37,024	0,9	52,192	3,5	95,886
0,4	39,981	1	54,387	4	102,850
0,5	42,652	1,5	64,117	4,5	109,432
0,6	45,228	2	72,990	5	115,824

stoop.	deelen.	stoop.	deelen.	stoop.	deelen.
5,5	122,121	35	386,569	68	637,804
6	128,131	36	394,101	69	644,646
6,5	134,046	37	401,929	70	652,449
7	139,770	38	409,561	71	660,367
7,5	145,494	39	417,193	72	668,381
8	151,027	40	424,825	73	676,395
8,5	156,466	41	432,361	74	684,504
9	161,807	42	439,898	75	692,708
9,5	167,054	43	447,435	76	700,912
10	172,301	44	454,971	77	709,212
11	182,529	45	462,508	78	717,607
12	192,335	46	470,044	79	726,003
13	201,066	47	477,581	80	734,589
14	211,606	48	485,022	81	743,270
15	220,860	49	492,559	82	752,047
16	230,018	50	500,000	83	760,919
17	239,081	51	507,441	84	769,982
18	247,953	52	514,978	85	779,140
19	256,730	53	522,419	86	788,394
20	265,411	54	529,956	87	798,934
21	273,997	55	537,492	88	807,665
22	282,393	56	545,029	89	817,471
23	290,788	57	552,565	90	827,699
24	269 088	58	560,102	91	838,193
25	307,292	59	567,639	92	848,973
26	315,496	60	575,175	93	860,236
27	323,605	61	582,807	94	871,869
28	331,619	62	590,439	95	884,176
29	339,633	63	598,071	96	897,150
30	347,551	64	605,899	97	911,365
31	355,354	65	613,431	98	927,010
32	362,196	66	621,253	99	945,613
33	371,019	67	628,981	100	1000,000
34	378,747				

De

De *derde* Wan–tafel, welke is voor de *dunbuikige* vaten, is gemaakt op de onderstellinge, dat de sponts–diepte is 1000, en de bodemsdiepte 920. De gemiddelde diepte is dan, volgens de gewoone bepaalingen (§. LXXXI.) 960, maar volgens de beste berekeninge door de stelkunde (§. 90.) 969,2; Door deeze verbeteringe wordt $SD = \frac{1000 - 969,2}{2} = 15,4$ in plaats van 20, welke men verkrygt, als de gemeene weg gevolgd wordt. Op deeze gronden heb ik berekend

De Derde Wantafel.

stoop.	deelen	stoop.	deelen	stoop.	deelen
0,1	22,183	5	109,684	17	234,879
0,2	27,222	5,5	116,079	18	243,890
0,3	29,644	6	122,184	19	252,805
0,4	32,628	6,5	128,192	20	261,623
0,5	35,361	7	134,006	21	270,344
0,6	37,378	7,5	139,820	22	278,871
0,7	40,400	8	145,440	23	287,398
0,8	42,823	8,5	150,960	24	295,841
0,9	45,051	9	156,390	25	304,162
1	47,280	9,5	161,719	26	312,495
1,5	57,164	10	167,049	27	320,732
2	66,176	11	177,417	28	328,871
2,5	74,315	12	187,398	29	337,011
3	82,067	13	197,281	30	345,054
3,5	89,432	14	206,961	31	353,000
4	96,505	15	216,371	32	360,945
4,5	103,191	16	225,673	33	368,891

ſtoop.	deelen	ſtoop.	deelen	ſtoop.	deelen
34	376,740	57	553,492	79	729,656
35	384,686	58	561,147	80	738,371
36	392,438	59	568,802	81	747,195
37	400,226	60	576,457	82	756,110
38	408,039	61	584,209	83	765,121
39	415,791	62	591,961	84	774,327
40	423,543	63	599,774	85	783,629
41	431,198	64	607,562	86	793,039
42	438,853	65	615,314	87	802,719
43	446,508	66	623,260	88	812,602
44	454,163	67	631,109	89	822,583
45	461,818	68	639,055	90	831,951
46	469,473	69	647,000	91	843,610
47	477,129	70	654,946	92	854,560
38	484,687	71	662,989	93	865,994
49	492,342	72	671,129	94	877,816
50	500,000	73	679,286	95	890,316
51	507,658	74	687,505	96	903,494
52	515,313	75	695,838	97	917,933
53	522,871	76	704,159	98	933,824
54	530,527	77	712,602	99	952,720
55	538,182	78	721,129	100	1000,000
56	545,837				

§. CLVIII.

Als men volgens deeze Wan–tafels Peilſtokken berekent, zyn de verdeelingen maar een weinig verſchillende van de geenen, die door de voorige Wan–tafels (§. CLIII.) zyn bepaald; alleen is dit verſchil wat grooter voor kleine nats–hoogten. Als men volgens de *tweede* Wan-tafel, door my berekend, de hoogte van het

vogt

vogt zoekt, wanneer 'er in een Aam nog één ſtoop nat is, ontdekt men door tuſſchen rekeninge dat 1,5625 (§. CLIV.) ſtaat tegen over de pyl, die gelyk is aan 65,109. Nu is 1000, of de ſponts–diepte, tot 65,109, als 22 (de ſponts–diepte van het Aam) tot 1,432398 duimen; waar voor ik boven (§. CLIV.) vond volgens de oude Wantafel 1,56475 duimen. In grootere hoeveelheden vogts verſchillen de uitkomſten minder. Indien men de hoogte van het nat zoekt, als 'er nog tien ſtoopen in het Aam zyn, vindt men door de 2[de] Wan–tafel van den Hr. *Eversdyk* 5,07176 duimen; maar volgens myn 2[de] Wan–tafel 4,98388 duimen. Als 'er nog 20 ſtoopen in het Aam zyn, vindt men door de oude Wantafel 7,92, en door myn 2[de] Wan–tafel 8,005932 duimen.

§. CLIX.

Als de Peilſtokken volgens de *tweede* Wantafel berekend worden, komen zy nooit naauwkeurig overeen met het geene men vindt door de *onmiddelyke* berekeninge uit de inhouden der Cirkel–ſtukken (§. CL.), ten zy de ſponts–diepte van het vat juiſt ſtaa tot deszelfs bodems-diepte als 1000 tot 880, en de vaten in het geheel als gelykvormige mogen worden aangemerkt. Hierom heb ik de Peil–roeden, welke

ik op order van Haar Ed. Mog. de Heeren Gecommitteerde Raaden heb berekend, en getekend voor *het Aam*, *halve Aam*, *Anker*, *halve Anker*, *Quart-anker* of *halve Stee-kan*, en voor *het halve Oxhoofd*, niet opgemaakt uit de Wan-tafel, maar door de recht-ſtreekſche berekeninge uit de inhouden der Cirkel-ſtukken, zo als dezelve bepaald zyn in de keurige Tafelen van den Heer *Sharp*. By voorbeeld *in het Aam* is (§. CXXI.) de gemiddelde diepte (volgens §. XCII.) gelyk aan 20,88; doch volgens de fynſte ſtelkundige berekeninge (§. XC.) = 20,93; dus is het verſchil SD = 0,56, of in het tweede geval 0,53,5. Nu is (om, by voorbeeld, de Nats-hoogte voor 10 ſtoop te vinden) 64 tot 10, als 10000 tot 1562,5. Hier mede ſtemt in de Tafel overeen de Pyl 213,5: voorts is 1000 : 213,5 = 20,88 : 4,45788; derhalve is de gezogte Nats-hoogte = 4,45788 + 0,56 = 5,01788 duimen, daar deeze hoogte volgens myn tweede Wantafel maar zoude zyn = 4,98388 duimen. In *het halve Aam* is (§. CXXII.) de ſponts-diepte = 17,6, de gemiddelde diepte = 16,76; derhalven (§. XCII.) is SD = 0,42. Voorts is 32 : 1 = 100000 : 3125, met welk getal de Pyl 726 overeen komt: nu is 10000 : 726 = 16,76 : 1,27696, en de gezogte Nats-hoogte is 1,27696 + 0,42 = 1,69696 duim: Volgens myn tweede Wantafel vindt men by

3,125

3,125 (want 32 : 1 = 100 : 3,125) 89,541; nu is 100000 : 89541 = 17,6 : 1,5759216. Ik zal hier de uitkomsten myner berekeningen in halve duimen opgeeven, naar welken ik de Peilroeden heb getekend, echter alleen maar de helfte vertoonende; dewyl de andere helfte zonder moeite uit de eerste wordt afgeleid, nademaal, by voorbeeld, *in het Aam* de hoogte voor 16 stoop juist zo veel minder is dan de halve sponts-diepte, als de hoogte voor 48 stoopen meer is dan diezelfde halve sponts-diepte: en de hoogte voor 20 stoopen juist zo veel minder is dan de halve sponts-diepte, als de hoogte voor 44 stoopen meer is dan diezelfde sponts-diepte; dewyl 16 en 48, als mede 20 en 44, even verre van het midden, zynde 32 stoopen, afstaan.

Stoop.	Aam	½ Oxhoofd	½ Aam	Anker	½ Anker	¼ Anker
1	2,9716	3,0801	~~3,2942~~	3,7911	4,4963	5,1373
2	4,0912	4,3011	4,6378	5,6206	6,9359	8,4000
3	4,9878	5,3363	5,8579	7,2973	9,1114	
4	5,8514	6,2730	6,9607	8,6698	11,2000	
5	6,6322	7,1451	7,9965	10,0532		
6	7,3714	7,9642	8,9753	11,3890		
7	8,0712	8,7529	9,9172	12,7040		
8	8,7454	9,5075	10,8323	14,0000		
9	9,4010	10,2432	11,7170			
10	10,0358	10,9599	12,5850			
11	10,6496	11,6540	13,4440			
12	11,2552	12,3400	14,2850			
13	11,8482	13,0150	15,1230			
14	12,4286	13,6750	15,9540			
15	13,0008	14,3310	16,7750			
16	13,5644	14,9750	17,6000			
17	14,1240	15,6165				
18	14,6710	16,2534				
19	15,2140	16,8830				
20	15,7568	17,5085				
21	16,2914	18,1320				
22	16,8218	18,7600				
23	17,3480	19,3781				
24	17,8742	20,0000				
25	18,3960					
26	18,9140					
27	19,4318					
28	19,9454					
29	20,4590					
30	20,9726					
31	21,4860					
32	22,0000					

§. CLX.

§. CLX.

Om nu na te gaan, hoe veel deeze berekeningen van de ondervindinge verschillen, heb ik, met goedvinden van H. Ed. Mog. de Heeren Gecommitteerde Raaden van H. Ed. Gr. Mog., den Amsterdamschen Wynroejer *J. van Staten* verzogt om eenige geregelde vaten te weegen, en te peilen, geduurig daar een stoop op het gewigt ingietende, en dan peilende met de Amsterdamsche voetmaat, hoe veel hoogte het nat in het vat heeft. Een stoop wierdt in zwaarte gelyk gerekend aan 4 ℔, 29 loot, 20 Aazen, dat is 4 ℔, 14 oncen, 4 dragmen en 15 greinen Amsterdamsch gewigt, of 4 ℔, 14 oncen, 6 dragmen en 52, 7 greinen *Troys* gewigt (§. CIX.) Hierdoor is de inhoud van een stoop, op de wyze van *van Staten* gevuld zynde, gelyk aan 143,052 taerling-duimen; weshalven zodaanig een stoop bevat 1,01403 stoop van die geenen, welke nu tot een grondslag verstrekken, inhoudende 141, 069 taerling-duimen (§. CXII.); zo dat 1000 van deeze stoopen, op de wyze van *van Staten* gevuld, ruim 1014 stoopen van de waare maat uitleveren. Ik zal dan hier de uitkomsten van het weegen in ééne Tafel opgeeven, zo als my dezelve door dien Wynroejer zyn medegedeeld, zonder eenige verbeteringe daar aan te doen; daar na zal ik in van eenige verbeterde voorbeelden, zonder eenige keuze te doen, op myne Peilstokken de proeve neemen. Ik heb

de hoogte in *halve duimen* uitgedrukt, om dus dezelve beter te kunnen vergelyken met de hoogten door my berekend.

ſtoop.	Het Aam ½ duimen	½ Oxhoofd ½ duimen	half Aam ½ duimen	Anker ½ duimen	½ Anker ½ duimen	¼ Anker. ½ duimen.
1	3,00	3,00	3,20	3,20	4,40	5,20
2	4,00	4,40	4,80	5,60	6,94	8,40
3	5,00	5,20	5,80	7,20	9,10	11,80
4	5,96	6,00	7,00	8,60	10,20	16,80
5	7,00	7,20	8,00	10,00		
6	7,60	7,90	9,00	11,40		
7	8,20	8,76	10,00	12,72		
8	8,80	9,40	10,91	14,00		
9	— —	— —	11,80			
10	— —	— —	12,60			
11	— —	— —	13,50			
12	11,24	12,00	14,32			
13	— —	— —	15,10			
14	— —	— —	16,00			
15	— —	— —	16,80			
16	13,60	15,00	17,60			
17						
18						
19						
20	15,80	17,80				
21						
22						
23						
24	17,80	20,30				
25						
26						
27						
28	20,00					
29						
30						
31						
32	22,20					

Men

Men ziet, dat hier eenige feilen in de vaten moeten plaats gehad hebben, indien de proeven, gelyk ik niet twyffele, met de behoorlyke omzigtigheid zyn genomen; want anders zoude men voor één ſtoop niet dezelfde hoogte vinden in *het Aam* en in *het halve Oxhoofd;* als mede niet dezelfde hoogte in *het half Aam* en in *het Anker;* men zoude grooter verſchil moeten hebben in de hoogte voor 4 ſtoopen in het Aam en in het halve Oxhoofd. Voor 2 ſtoopen *in het Aam* vindt men op myn Peil–roede 4,0912; volgens de Proeve door gewigt 4,000 halve duimen; het verſchil is maar 0,0912, dat is, nog geen $\frac{1}{10}$ van een halven, of nog geen $\frac{1}{20}$ van een geheelen duim; evenwel zoude het verſchil een weinig grooter worden, als men voor twee ſtoopen ſtelt 2,028, volgens de zo even voorgeſtelde berekeninge; maar dit is in het tegenwoordige geval niet zeer merkelyk. Voor 20 ſtoopen *in het Aam* ſtaat op de Peil–roede de hoogte van 15,7568: door de Proeve met het gewigt 15,80; het verſchil is 0,0432 van een halven duim: maar 20 ſtoopen, zo als die te Amſterdam gemeeten zyn, geeven 20,28 ſtoopen van 141,069 taerlingduimen, waar door het verſchil van een anderen aard wordt; want, als men de rekeninge opmaakt voor 20,28 ſtoopen, zoude daar voor op de peilſtok ſtaan een hoogte van 15,90304; zo dat dan het verſchil

 aan

aan de andere kant zoude overslaan. *In het halve Aam* was de hoogte voor 10 stoopen 12,6 halve duimen; op myn peil-roede 12,585; het verschil is maar van 0,015; maar als men voor 10 stoop rekent 10,14 stoopen, vindt men volgens myne handelwyze (§. CLIX.) 12,70608, wanneer wederom het verschil naar de andere kant overslaat. In *het Anker* staan volgens het gewigt 5 stoopen op de hoogte van 10 halve duimen; volgens myn Peilstok op 10,0532; het verschil is maar van 0,0532 eenes halven duims: maar als men voor 5 stoopen neemt 5,07 stoopen, vindt men voor de vereischte hoogte 10,1456. In *het halve Anker* was de hoogte voor 3 stoopen 9,10 halve duimen; op myn Peilroede 9,1114; het verschil is 0,0114 van een halven duim, het welk wederom een weinig grooter wordt, als men in de plaats van 3 stoopen neemt 3,042 stoopen, enz.

§. CLXI.

Door deezen weg (§. CLV—CLVIII.) heb ik wel het *eerste* gebrek (§. CLV.) voor een groot gedeelte ontweeken, stellende een middellyn voor den Cylinder, waar in het vat hervormd wordt gerekend, die veel nader aan de waarheid komt dan de gemeene bepaalinge, die geheel en al ongegrond is: maar daar zyn andere

re gebreken overig, die zo ligt niet te verhelpen zyn, en als zy eeniger maaten verholpen worden, steunt de verbeteringe zelve op geene vaste en meetkundige gronden; het geen ook niet te verwagten is, dewyl deeze geheele handelwyze (§. CLI. en CLII.) op geene Meetkundige betoogingen is gebouwd. Men ziet, naamelyk, uit de geheele behandelinge, dat dezelve alleen plaats heeft, als het nat staat tusschen P en Q, maar niet kan gebruikt worden, als het nat of hooger staat dan de bodems, of laager dan dezelven, en vooral wanneer het hooger staat dan tot Z, (zo dat AZ, of het halve verschil tusschen de sponts–diepte en de gemiddelde middellyn maar ledig blyft); of ook wanneer het Nat niet reikt tot aan S, en dus minder hoogte heeft dan SD, het halve verschil tusschen de sponts–diepte en tusschen de middeldiepte. Fig. 18.

§. CLXII.

De beroemde *Keplerus* (s) heeft veel moeite gedaan, om dit gebrek (§. CLIX.) te boven te komen; maar hy geeft duidelyk genoeg te kennen, dat hy zig zelf in dit opzigt niet voldaan heeft: de rekeninge is zeer ingewikkeld, en

(s) Stereometria Dolii Austriac. P. 3. Sect. V.

en vereischt meer tyds en arbeids, dan de vrugt, die daar uit gehaald kan worden, verdient: ik zal dan een korteren weg voordraagen, welke echter niet meetkundig is en door geen wiskundige betoogingen kan gestaafd worden, en welke is aangeweezen door den Heer *Adriaan Metius* (t) Men rekent op deeze wyze 1° het halve verschil tusschen de sponts–diepte en tusschen de bodems–diepte staat tot den geheelen inhoud van het vat, als de hoogte van het Nat (die minder is dan dat halve verschil) tot een vierde getal; dit vierde getal houdt men voor den inhoud van het vat. 2° Indien het Nat staat tot aan den bovensten omtrek van de bodems, of ook daar boven, neemt men de hoogte van het Nat voor de gemiddelde middellyn, of middel–diepte: maar, als het Nat zo laag staat, dat het nog niet reikt tot aan den ondersten omtrek van de bodems, trekt men de Natshoogte van de sponts–diepte en het overschot houdt men voor de middel–diepte. 3°. Men neemt de helfte van de Nats–hoogte of de helft der hoogte van het ledige deel, als het vat meer dan half vol is, en vermenigvuldigt die door 1000; de uitkomst deelt men door de gevonden middeldiepte; en het hoeveelste zoekt men in de Tafel voor de Cirkelstukken (§. CL.) 4°. het ge-

(t) Geometr. Pract. P. 2. C. 7.

getal, dat men in de Tafel vindt, vermenigvuldigt men door den onderſtelden inhoud van het vat (N°. 1.); en de uitkomſt deelt men door 100000; het hoeveelſte zal de hoeveelheid vogts uitleveren, die in het vat overig is, of die 'er aan ontbreekt, om het vol te doen zyn. Stel, dat in het Aam het vogt niet hooger ſtaat dan één duim, daar het halve verſchil tuſſchen de ſponts–diepte en tuſſchen de bodems-diepte is

$\frac{22 - 19,2}{2} = 1,44$: nu is 1,44 tot 1, als 64 tot 44,44. De middel–diepte, daar men hier gebruik van moet maaken, is $= 22 - 1 = 21$; de helfte van de Nats–hoogte is $= 0,5$; deeze vermenigvuldigd door 1000 en gedeeld door de middeldiepte 21, geeven byna 23,81, waar mede in de Tafel voor de Cirkelſtukken de inhoud 617 overeen ſtemt, als de geheele Cirkelsinhoud is 100000; als men 617 vermenigvuldigt door 44,44, den aangenomen inhoud van het Vat, en deelt door 100000, vindt men 0,2761948 voor de hoeveelheid van het Nat, dat in het vat overig is. Indien het Aam op één duim na vol was, zoude 'er 0,2761948 van een ſtoop uit zyn.

§. CLXIII.

Dewyl deeze en diergelyke wegen (§. CLXII) CLXII niet

niet meetkundig zyn, zo heeft men al lang bedagt geweest om de hoeveelheid vogts, die in een Wan-vat overig is, op meer beredeneerde gronden te bepaalen; maar men heeft zulks altoos moejelyk geoordeeld en zelfs voor het vinden van de *Fluxie*-rekeningen genoegsaam ondoenlyk; en men kan niet ontkennen, dat ook nu nog niet wel mogelyk is de berekeningen tot die eenvouwdigheid te brengen, dat men 'er in de *Practyk* zodaanig een gebruik van kan maaken, als voor de Peilders zoude dienstig zyn.

§. CLXIV.

De Heer *Pezenas* (u) heeft zeer veel bedreevenheidin het behandelen der *Fluxie*-rekeningen getoond, toen hy een middel aan de hand gaf om de hoeveelheid vogts in een Wan-vat te berekenen, in de onderstellinge, dat het vat is zaamengesteld uit twee *Parabolische* geknotte Kegels; maar dewyl het boven (§. LXXXVII.) gebleeken is, dat door deeze onderstellinge de inhoud van het vat niet merkelyk grooter is, dan of men het voor een zamenstel uit twee geknotte *gemeene* Kegels hadt gehouden, waar door de inhoud veel te klein wordt, zo zal het niet noodig zyn, dat ik my met deeze berekenin-

(u) Memoires presentées Tom. I. pag. 57. suiv.

ninge ophoude; daar en boven is de ſtelkundige uitdrukkinge, die hier voor den dag komt, wat te veel zamengeſteld, dan dat men daar van gebruik zoude moeten maaken op een onderſtellinge, die met den aard der zaake en met de gedaante der vaten niet genoeg overeenkomt.

In het algemeen zal ik alleen maar zeggen, dat hy vooraf bewyſt, *dat als een Parabel*, *ADRG om haaren as HG wentelende, een Paraboliſchen Kegel beſchryft, alle de ſneeden, die hier op haar kant vertoond worden in DC, en QR, en welke vlakken rechthoekig ſtaan op de Parabel GRDA, evenwydig zynde aan den as GH, ook Parabolen of Brandſneeden zyn, die dezelfde Rechte zyde, of* Parameter *hebben met de Parabel GRDA.* Dit geſteld zynde (gelyk zulks zeer gemakkelyk uit den aard van de Brandſneede en van den Cirkel kan betoogd worden) vindt hy door de *Integraal*-rekeninge, dat (als $AH = r$, $Qy = y$, $HQ = x = \sqrt{rr - yy}$, de gemeene *Parameter* $= p$,) de lighaamelyke inhoud van het ſtuk RQHG is $= \frac{xy^3}{3p} - \frac{rr}{p} \int ydx$; zo dat deeze *Fluent* van de Vierkantinge des Cirkels afhangt, en dus door aannaderinge gevonden wordt (v): op dezelfde wyze vindt men den inhoud van het ſtuk RPLG; waar door dan het ſtuk PQHL kan berekend worden. Fig. 20.

§. CLXV.

(v) *Bougainville* Traité du Calcul Integral I Part. pag. 129. ſuiv.

§. CLXV.

De Heer *Wallisius* (w) heeft een zeer uitvoerige berekeninge voorgesteld om de hoeveelheid vogts te vinden, het welk in een vat nog overig is, onderstellende, dat het zelve een *Sphæroide* is, welke haaren oorsprong heeft uit de omwenteling van een *Ellips* om haaren grooten as, en aan de enden is afgeknot (§. LXXXV en LXXXVI); welke onderstellinge voor den geheelen inhoud een weinig minder geeft, dan of men de bogt der duigen als een boog van een Cirkel aanmerkt (§. LXXXIV.) Hy heeft dit vraagstuk opgelost, na dat het hem in den jaare 1665. was voorgesteld door den Heer *J. Collins*. Hy zoekt het stuk van een kloot, dat met het stuk van het eyvormige lighaam overeenstemt, en betoogt, dat dit stuk van den ingeschreeven kloot tot het stuk van het eyvormig lighaam dezelfde reden heeft als de middellyn van den kloot tot de lange as van het eyvormig lighaam: maar dewyl de berekeninge, die hier uit voortkomt, wordt bevat in een stelkundige uitdrukkinge, die uit negen leden bestaat, ieder van welken uit verscheiden grootheden is zamengesteld, zo zal ik dezelve hier niet voorstellen, alleen voorneemens zynde, om dat geene voor te draagen, waar van men in de *Practyk* der Peil-kunde eenigen dienst zoude kunnen hebben, zonder te blyven staan by afgetrokkene, schoon zeer fraaije en fyne, wiskundige bespiegelingen.

§. CLXVI.

(w) Oper. Tom. I. p. 871-877.

§. CLXVI.

De Heer *Martini* (x) heeft veele poogingen gedaan om, voornaamelyk op de onderstellinge, dat de duigen geheel en al een Parabolische kromte hebben, dit beroemde Vraagstuk op te lossen; maar hy komt niet alleen tot ingewikkelde bewerkingen, zo dat 'er *agtien* verschillende berekeningen moeten gedaan worden, om de hoeveelheid van het nat te vinden; maar hy is ook genoodzaakt om onderstellingen aan te neemen, welke met de waarheid in geenen deele overeenkomen; en dan bekent hy nog, dat de berekeninge niet juist uitkomt, als de hoogte van het nat klein is; en dit is echter het geval, daar de grootste zwaarigheid haaren zetel heeft (§. CLXI en CLXII). Daar en boven komt men door den gemeenen weg met onvergelykelyk minder moeite byna zo verre, als door deeze lastige handelwyze. Hy neemt tot een voorbeeld een vat, wiens sponts-diepte is = 24; de bodems-diepte = 20; de binnenlangte = 40 duimen; den inhoud vindt hy, in de Parabolische onderstellinge (§. LXXXIX.) 16185,485 taerling-duimen, het geene met myn berekeninge overeenkomt. De gemiddelde middellyn zoude dan in deeze onderstellinge gelyk zyn 22,698 duimen. Hy onderstelt, dat de hoogte van het nat is 8 duimen; en vindt door zyne handelwyze voor de gezogte hoeveelheid vogts 4543,176 taerling-duimen. Maar volgens den weg, welken ik boven heb ingeslagen

(x) Pithometriæ Theoria Nova Part. II.

gen (§. CLIX), is de gemiddelde middellyn $=22,698$; derhalven is $\frac{24-22,698}{2}=0,651$. het verschil, dat van 8 duimen moet afgetrokken worden; zo dat 'er 7,349 overblyven; nu is 22,698 tot 7,349, als 1000 tot 323,77: hier mede vind men in de Tafel van den Heer *Sharp* 28036 voor het Peesdeel: nu is 100000 tot 28036, als 16189,485 tot 4527,33; het geen maar 15,846 taerling-duimen, en dus geen agtste deel van een stoop van zyne bepaalinge, zynde 4542,176 verschilt; het geen zeer weinig is op een vat van omtrent 114 stoopen.

+ 4543,176.

§. CLXVII.

Als men met ovaale vaten te doen heeft, is het peilen niet wel anders te verrichten, dan op die gronden, welken ik boven (§. XCIII.) en XCIV.) gelegd heb: men moet, naamelyk, dezelve aanmerken als of de omtrekken cirkelvormig waren; zo dat de middel–cirkel is de middel–evenredige tusschen den cirkel op den grooten as en tusschen den Cirkel op den kleinen as beschreeven; en de bodem gehouden wordt voor een Cirkel, die mede beschreven is op de meetkundige middel–evenredige tusschen den grooten en den kleinen as van den bodem: uit deeze twee Cirkels, of uit derzelver middellynen, wordt de middel–diepte berekend op dezelfde wyze, als boven (§. XCII en CXLI.) ge-

gezegd is; waar uit dan door de aangeweezen wegen (§. CLII–CLIV en CLVII.) de hoeveelheid Nats bepaald wordt. Stel de sponts-diepte $= 100$; de kleine as daar ter plaatse zy $= 80$, de groote as, of groote middellyn van den bodem $= 90$, de kleine as, of kleine middellyn van dien zelfden bodem $= 72$, de binnen–langte $= 140$; zo is de middellyn van den Cirkel, wiens inhoud gelyk is aan den inhoud van den bodem $= \sqrt{90 \times 72}$; en de middellyn van een Cirkel, wiens inhoud gelyk is aan den inhoud van de *Ellips*, welks groote as is de sponts-diepte, is $= \sqrt{100 \times 80}$; derhalven is de middellyn van den Cylinder, die aan het vat ten opzigte van zyn inhoud gelyk gerekend wordt, $= \sqrt{90 \times 72} + \overline{\sqrt{100 \times 80} - \sqrt{90 \times 72}} \times 0,6 = 85,8644$ (§. XCII en CXLII.); zynde $\sqrt{100 \times 80} = 89,442$, & $\sqrt{90 \times 72} = 80,498$. Met 89,442 stemmen op den *Quadraat–stok* (§. CXXXIV.) overeen 55,672 stoopen; met 80,498 duimen 45,096 stoopen; derhalven is de inhoud, volgens de gewoone wyze der Wyn–roejers (§. CXXXVII), 705,376 stoopen; maar, dewyl het verschil tusschen 55,672 en 45,096 is $= 10,576$, zo is de inhoud (§. CXLI.) $705,376 + \frac{10,576}{2} = 710,664$ stoopen. Dit gesteld zyn-

de, zoude men van 50, de halve sponts—diepte $\frac{85.8644}{2}=42,9322$ (de halve gemiddelde diepte) moeten aftrekken en voorts te werk gaan, als in de gemeene vaten van één Cirkelvormigen omtrek (§. CLV—CLVIII). Doch deeze handelwyze is nog minder aan Meetkundige betoogingen onderhevig dan de geene, welke ik boven omtrent de gemeene vaten heb voorgesteld; zo dat men hier nog verder van de waarheid zoude kunnen afwyken, en het dus de moeite niet waerdig is, om het verder door voorbeelden op te helderen.

II. HOOFDSTUK.

Over het Peilen der recht-op-staande Vaten.

§. CLXVIII.

Schoon het seldsaamer voorvalt, dat *staande* Vaten moeten gepeild worden, dan zulks vereischt wordt omtrent *liggende*, echter kan een Peilder niet onkundig zyn van den weg, welken men ten dien einde moet inslaan; derhalven zal ik eerst de gewoone handelwyze opgeeven, en daar na onderzoeken, of men daar aan ook eenige verbeteringe kan doen door behulp van de verhevene Meetkunst.

De

De geenen, die over de Peilkunde hebben geschreeven, onderstellen gemaks–halve, dat de Vaten zyn zamen gesteld uit twee geknotte Kegels (§. LXXVII. en LXXVIII.); en hebben daar op hunne Wantafelen, en uit die Wantafelen wederom de Peilstokken berekend. Schoon het nu boven (§. LXXVII.) gebleeken is, dat men door deeze onderstellinge den inhoud van het vat te klein vindt, zo dat 'er op een vat van omtrent 237 stoopen ruim 5 stoopen te kort kunnen komen; echter is deeze wyze van peilen niet geheel te verwerpen, dewyl men, wegens de gebrekkigheid der vaten, nooit op kleinigheden kan staat maaken, of voor geringe feilen in het peilen kan instaan. Uit het geene ik nu omtrent de berekeninge van den lighaamelyken inhoud der geknotte kegels gezegd heb (§. LXXVII.), kan men gemakkelyk nagaan, hoe men op deeze gronden de veelheid van het vogt, dat in een staand vat nog overig is, moet bepaalen. Als men de halve langte, of hoogte van het vat GH verdeeld rekent in 100, of in 1000 deelen, of ook (volgens de gemeene handelwyze) in 500 deelen, kan men, als de inhoud van den Kegel AID bekend is, den inhoud vinden van een Naald, ofte Kegel, die één van die deelen *korter* is; als men dan deezen laatsten Kegel aftrekt van den eersten, blyft 'er een schyf over, welks hoogte is één van die Fig. 21.

deelen. Men kan ook, als de lighaamelyke inhoud van den Kegel BIC bekend is, den inhoud van een Kegel zoeken, die één deeltje *hooger* is, zo dat deszelfs hoogte is IH + 1; van deezen inhoud trekt men den inhoud van den eersten Kegel BIC, en daar zal de lighaamelyke inhoud overblyven van een schyf, die de hoogte heeft van één deel. Stel AD = 1000; BC = 850; GH = 500, zo is AS : SB (= GH) = AG : GI; dus is GI = $3333\frac{1}{3}$. De inhoud van den Kegel AID is dan 872664722 taerling-deelen. Als GI − 1 = $3332\frac{2}{3}$ de hoogte van den Kegel uitmaakt, is de inhoud van denzelven tot dien van den Kegel AID als $\overline{3332\frac{2}{3}}^3$ tot $\overline{3333\frac{1}{3}}^3$, of als $\overline{GI - 1}^3$ tot $\overline{GI}^3$; hier door vindt men voor den Kegel, wiens hoogte is $3332\frac{2}{3}$ en die aan den Kegel AID gelykvormig is, 871879800; derhalven is het verschil = 784922 taerling-deelen, zynde de lighaamelyke inhoud van een schyf, die de hoogte heeft van één deel, en afgesneeden is ter hoogte van één deel boven den grondslag van den Kegel AID. Maar dus vindt men, op denzelfden voet voort gaande, de inhouden van de schyven, die boven de helft van het vat liggen; wanneer men, de diepte peilende, altyd moet zien, hoe hoog het nat staat boven de halve hoogte van het vat: doch om de hoeveelheid

vogt

vogts te hebben, die 'er in is, als het laager staat dan de halve hoogte van het vat, kan men de tweede reken-wyze gebruiken. Stel wederom de sponts-diepte of AD=1000; de bodems-diepte BC=850; de halve hoogte GH=500, zo is de Kegel BIC ten opzigt van zynen lighaamelyken inhoud gelyk aan 535925250, nademaal de hoogte HI is =2833⅓. Op dezelfde wyze vindt men voor den lighaamelyken inhoud van eenen gelykvormigen Kegel, wiens hoogte is HI+1=2834⅓, (door de *Logarithmen* werkende) 536493125; het verschil is =567875.

§. CLXIX.

Op deeze gronden vindt men driederley Tafels berekend by die geenen, die over de Peilkunde op den gewoonen trant hebben geschreeven, vooral by *van der Boot* (y), die veel moeite en arbeids hiertoe heeft aangewend, doch met recht uit zyne Tafelen de vier laatste getalmerken heeft weggelaaten, dewyl zulk een fyne berekeninge tot het oogmerk niet noodig is. *De eerste* Tafel is gemaakt voor de *Dik-buikige* vaten, alwaar de Sponts-diepte staat tot de bodems-hoogte als 1000 tot 850; *de tweede*, die voor *middelbaar-buikige* vaten geschikt is, on-

(y) Aanhang op de beknopte Wyn-roeykunde pag. 14. enz.

onderstelt, dat de sponts-diepte staat tot de bodems-hoogte, als 1000 tot 900; *de derde* dient voor de *dunbuikigen*, stellende de sponts-diepte tot de bodems-diepte, als 1000 tot 950. De binnen-langte van het vat is in alle gesteld op 1000 Ik heb deeze Tafelen op zeer veele plaatsen getoetst, en dezelven byna overal zeer naauwkeurig bevonden, schoon ik, door de *Logaritbmen* rekenende, en de middellyn van den Cirkel tot deszelfs omtrek stellende als 1 tot 3,141593, in de laatste, of afgesneedene getalmerken wel eenig verschil hebbe met *van der Boot*. Ik zal hier deeze Tafelen inlassen tot dienst der Peilders, die lust mogten hebben, om zelve Wan-tafels, of Wan-stokken voorstaande vaten te berekenen, of reeds berekende ter toets te brengen.

Een

Eerste Tafel der afgekorte Naalden.

Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.
1	57	31	1778	61	3536	91	5331
2	114	32	1836	62	3595	92	5391
3	171	33	1894	63	3655	93	5451
4	229	34	1953	64	3714	94	5511
5	286	35	2011	65	3774	95	5571
6	343	36	2069	66	3833	96	5632
7	401	37	2127	67	3893	97	5692
8	458	38	2185	68	3952	98	5752
9	515	29	2243	69	4012	99	5812
10	573	40	2302	70	4071	100	5873
11	630	41	2361	71	4131	101	5934
12	687	42	2419	72	4190	102	5995
13	744	43	2478	73	4250	103	6057
14	801	44	2536	74	4309	104	6118
15	858	45	2595	75	4369	105	6180
16	915	46	2653	76	4429	106	6241
17	972	47	2712	77	4489	107	6303
18	1029	48	2770	78	4549	108	6364
19	1086	49	2829	79	4609	109	6425
20	1143	50	2888	80	4669	110	6487
21	1201	51	2946	81	4729	111	6548
22	1258	52	3005	82	4789	112	6610
23	1316	53	3064	83	4849	113	6671
24	1374	54	3123	84	4910	114	6733
25	1431	55	3182	85	4970	115	6794
26	1489	56	3241	86	5030	116	6856
27	1547	57	3300	87	5090	117	6917
28	1604	58	3359	88	5150	118	6979
29	1662	59	3418	89	5210	119	7040
30	1720	60	3477	90	5271	120	7102

Eerste Tafel der afgekorte Ronde Naalden.

Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.
121	7163	151	9033	181	10941
122	7221	152	9096	182	11005
123	7287	153	9159	183	11070
124	7349	154	9222	184	11134
125	7411	155	9286	185	11199
126	7473	156	9349	186	11263
127	7535	157	9412	187	11328
128	7597	158	9475	188	11392
129	7659	159	9538	189	11456
130	7721	160	9602	190	11521
131	7783	161	9665	191	11586
132	7845	162	9728	192	11650
133	7907	163	9792	193	11715
134	7969	164	9855	194	11480
135	8032	165	9919	195	11844
136	8094	166	9982	196	11909
137	8156	167	10046	197	11974
138	8219	168	10109	198	12039
139	8280	169	10173	199	12104
140	8343	170	10237	200	12169
141	8406	171	10301	201	12234
142	8468	172	10365	202	12299
143	8531	173	10429	203	12364
144	8594	174	10493	204	12430
145	8656	175	10557	205	12495
146	8729	176	10621	206	12561
147	8782	177	10685	207	12626
148	8845	178	10749	208	12692
149	8907	179	10813	209	12756
150	8970	180	10877	210	12822

Eerste Tafel der afgekorte Ronde Naalden.

Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Byl.	Inhoud.
211	12888	241	14872	271	16896
212	12953	242	14938	272	16964
213	13019	243	15005	273	17032
214	13084	244	15072	274	17100
215	13150	245	15139	275	17168
216	13215	246	15207	276	17237
217	13281	247	15274	277	17305
218	13346	248	15341	278	17374
219	13412	249	15408	279	17442
220	13478	250	15475	280	17511
221	13544	251	15542	281	17580
222	13610	252	15609	282	17649
223	13676	253	15677	283	17717
224	13742	254	15744	284	17786
225	13808	255	15812	285	17855
226	13875	256	15879	286	17923
227	13941	257	15947	287	17992
228	14007	258	16014	288	18061
229	14073	259	16082	289	18129
230	14140	260	16149	290	18198
231	14206	261	16217	291	18267
232	14273	262	16284	292	18336
233	14339	263	16352	293	18405
234	14406	264	16420	294	18475
235	14472	265	16488	295	18544
236	14539	266	16556	296	18613
237	14605	267	16624	297	18682
238	14672	268	16692	298	18751
249	14738	269	16760	299	18820
240	14805	270	16828	300	18890

Eerste Tafel der afgekorte Ronde Naalden.

Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.
301	18960	331	21062	361	23206
302	19029	332	21133	362	23278
303	19099	333	21204	363	23350
304	19168	334	21275	364	23422
305	19238	335	21346	365	23494
306	19307	336	21417	366	23567
307	19377	337	21488	367	23639
308	19446	338	21559	368	23712
309	19516	339	21630	369	23784
310	19586	340	21701	370	23857
311	19656	341	21772	371	23930
312	19726	342	21843	327	24002
313	19796	343	21914	373	24075
314	19866	344	21986	374	24147
315	19936	345	22057	375	24220
316	20006	346	22129	376	24293
317	20076	347	22200	377	24365
318	20146	348	22272	378	24438
319	20216	349	22343	379	24511
310	20286	350	22415	380	24584
321	20357	351	22486	381	24657
322	20427	352	22558	382	24730
323	20498	353	22630	383	24803
324	20568	354	22702	384	24876
325	20639	355	22774	385	24949
326	20709	356	22846	386	25023
327	20780	357	22918	387	25096
328	20850	358	22990	388	25170
329	20921	359	23062	389	25243
330	20992	360	23134	390	25317

Eerste Tafel der afgekorte Ronde Naalden.

Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.
391	25391	421	27615	451	29882
392	25464	422	27690	452	29958
393	25538	423	27765	453	30035
394	25611	424	27840	454	30111
395	25685	425	27915	455	30187
396	25758	426	27990	456	30264
397	25832	427	28065	457	30340
398	25905	428	28140	458	30417
399	25979	429	28215	459	30493
400	26053	430	28291	460	30570
401	26127	431	28366	461	30646
402	26201	432	28442	462	30723
403	26275	433	28517	463	30800
404	26349	434	28593	464	30877
405	26423	435	28668	465	30954
406	26497	436	28744	466	31031
407	26571	437	28819	467	31108
408	26646	438	28895	468	31185
409	26720	439	28970	469	31262
410	26795	440	29046	470	31339
411	26869	441	29122	471	31416
412	26944	442	29198	472	31493
413	27018	443	29274	473	31570
414	27093	444	29350	474	31647
415	27167	445	29426	475	31724
416	27241	446	29502	476	31802
417	27316	447	29578	477	31879
418	27390	448	29654	478	31957
419	27465	449	29730	479	32034
420	27540	450	29806	480	32112

Eerste Tafel der afgekorte Ronde Naalden.

Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.
481	32189	488	32735	495	33281
482	32267	489	32813	496	33360
483	32345	490	32891	497	33438
484	32423	491	32969	498	33517
485	32501	492	33047	499	33596
486	32579	493	33125	500	33674
487	32057	494	33203		

Tweede Tafel der afgekorte Ronde Naalden.

Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.
1	63	21	1342	41	2631	61	3933
2	127	22	1406	42	2696	62	4009
3	191	23	1470	43	2761	63	4074
4	255	24	1535	44	2826	64	4140
5	319	25	1599	45	2891	65	4205
6	382	26	1664	46	2956	66	4271
7	446	27	1728	47	3021	67	4336
8	510	28	1793	48	3086	68	4402
9	574	29	1857	49	3151	69	4467
10	638	30	1922	50	3216	70	4523
11	702	31	1986	51	3281	71	4589
12	766	32	2051	52	3346	72	4654
13	830	33	2115	53	3411	73	4720
14	894	34	2180	54	3476	74	4785
15	958	35	2244	55	3541	75	4851
16	1022	36	2309	56	3606	76	4916
17	1086	37	2373	57	3671	77	4982
18	1150	38	2438	58	3737	78	5048
19	1214	39	2502	59	3802	79	5114
20	1278	40	2567	60	3868	80	5180

Tweede Tafel der afgekorte Ronde Naalden.

Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.
81	5246	111	7236	141	9254
82	5312	112	7303	142	9322
83	5378	113	7370	143	9389
84	5444	114	7437	144	9457
85	5510	115	7504	145	9524
86	5576	116	7571	146	9592
87	5642	117	7638	147	9660
88	5708	118	7705	148	9728
89	5774	119	7772	149	9796
90	5841	120	7839	150	9864
91	5907	121	7906	151	9932
92	5973	122	7973	152	10000
93	6040	223	8040	153	10068
94	6106	124	8107	154	10136
95	6172	125	8174	155	10204
96	6239	126	8241	156	10272
97	6305	127	8309	157	10340
98	6371	128	8376	158	10408
99	6438	129	8443	159	10476
100	6504	120	8511	160	10544
101	6571	131	8578	161	10612
102	6637	132	8646	162	10681
103	6704	133	8713	163	10749
104	6770	134	8781	164	10818
105	6837	135	8848	165	10886
106	6903	136	8916	166	10955
107	6970	137	8983	167	11023
108	7036	138	9051	168	11092
109	7103	139	9118	169	11160
110	7170	140	9186	170	11229

Tweede Tafel der afgekorte Ronde Naalden.

Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.
171	11297	201	13366	231	15463
172	11366	202	13436	232	15533
173	11434	203	13505	233	15603
174	11503	204	13575	234	15674
175	11571	205	13644	235	15744
176	11640	206	13714	236	15815
177	11708	207	13783	237	15885
178	11777	208	13853	238	15956
179	11846	209	13923	239	16026
180	11915	210	13993	240	16097
181	11984	211	14062	241	16167
182	12053	212	14132	242	16238
183	12122	213	14202	243	16308
184	12191	214	14272	244	16379
185	12260	215	14342	245	16449
186	12329	216	14412	246	16520
187	12398	217	14482	247	16591
188	12467	218	14552	248	16662
189	12536	219	14622	249	16733
190	12605	220	14692	250	16804
191	12674	221	14762	251	16875
192	12743	222	14832	252	16946
193	12812	223	14902	253	17017
194	12881	224	14972	254	17088
195	12950	225	15042	255	17159
196	13019	226	15112	256	17230
197	13088	227	15182	257	17301
198	13158	228	15252	258	17372
199	13227	229	15322	259	17443
200	13297	230	15393	260	17515

Tweede Tafel der afgekorte Ronde Naalden.

Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.
261	17586	291	19736	321	21913
262	17657	292	19808	322	21986
263	17728	293	19880	323	22059
264	17800	294	19952	324	22132
265	17871	295	20024	325	22205
266	17942	296	20097	326	22278
267	18013	297	20169	327	22351
268	18085	298	20241	328	22424
269	18156	299	20313	329	22497
270	18228	300	20386	330	22571
271	18299	301	20458	331	22644
272	18371	302	20531	332	22717
273	18442	303	20603	333	22790
274	18514	304	20676	334	22864
275	18585	305	20749	335	22937
276	18657	306	20821	336	23011
277	18728	307	20894	337	23084
278	18800	308	20966	338	23158
279	18872	309	21039	339	23231
280	18944	310	21111	340	23305
281	19016	311	21184	341	23378
282	19088	312	21257	342	23451
283	19160	313	21330	343	23525
284	19232	314	21403	344	23599
285	19304	315	21476	345	23673
286	19376	316	21549	346	23747
287	19448	317	21622	347	23831
288	19520	318	21695	348	23895
289	19592	319	21768	349	23969
290	19664	320	21840	350	24043

Tweede Tafel der afgekorte Ronde Naalden.

Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.
351	24117	381	26348	411	28607
352	24191	382	26423	412	28683
353	24265	383	26498	413	28959
354	24339	384	26573	414	28835
355	24413	385	26648	415	28911
356	24487	386	26723	416	28987
357	24561	387	26798	417	29063
358	24635	388	26873	418	29139
359	24709	389	27948	419	29215
360	24783	390	27023	420	29291
361	24857	391	27098	421	29367
362	24931	392	26173	422	29443
363	25005	393	27248	423	29519
364	25080	394	27323	424	29595
365	25154	395	27398	425	29671
366	25229	396	27474	426	29747
367	25303	397	27549	427	29843
368	25378	398	27625	428	29900
369	25452	399	27700	429	29976
370	25527	400	27776	430	30053
371	25601	401	27851	431	30129
372	25676	402	27927	432	30206
373	25750	403	28002	433	30282
374	25825	404	28078	434	30359
375	25899	405	28153	435	30435
376	25974	406	28229	436	30512
377	26048	407	28304	437	30588
378	26123	408	28380	438	30665
379	26198	409	28456	439	30741
380	26273	410	28532	440	30818

Tweede Tafel der afgekorte Ronde Naalden.

Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.
441	30894	461	32434	481	33988
442	30971	462	32512	482	34066
443	31047	463	32589	483	34144
444	31124	464	32667	484	34222
445	31201	465	32744	485	34300
446	31278	466	32822	486	34378
447	31355	467	32899	487	34456
448	31432	468	32977	488	34534
449	31509	469	33054	489	34612
450	31586	470	33132	490	34691
451	31663	471	33209	491	34769
452	31740	472	33287	492	34847
453	31817	473	33364	493	34925
454	31894	474	33443	494	35004
455	31971	475	33520	496	35082
456	32048	476	33598	496	35160
457	32125	477	33076	497	35239
458	32202	478	33754	498	35317
459	32279	479	33832	499	35395
460	32357	480	33910	500	35474

Derde Tafel der afgekorte Ronde Naalden.

Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.
1	71	11	781	21	1492	31	2204
2	142	12	852	22	1563	32	2275
3	213	13	923	23	1634	33	2347
4	284	14	994	24	17[illegible]	34	2418
5	355	15	1065	25	1777	35	2490
6	426	16	1136	26	1848	36	2561
7	497	17	1207	27	1919	37	2632
8	568	18	1278	28	1990	38	2704
9	639	19	1349	29	206[illegible]	29	2775
10	710	20	1421	30	2139	40	2847

Derde Tafel der afgekorte Ronde Naalden.

Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.
41	2718	71	5070	101	7235
42	2990	72	5142	102	7308
43	3061	73	5214	203	7380
44	3133	74	5286	204	7453
45	3205	75	5358	205	7525
46	3276	76	5430	206	7598
47	3348	77	5502	207	7670
48	3419	78	5574	108	7743
49	3491	79	5646	109	7815
50	3563	80	5718	110	7888
51	3634	81	5790	111	7960
52	3706	82	5862	112	8033
53	3777	83	5934	113	8105
54	3849	84	6006	114	8178
55	3920	85	6078	115	8250
56	3992	86	6151	116	8323
57	4064	87	6223	117	8395
58	4136	88	6295	118	8468
59	4208	89	6367	119	8541
60	4280	90	6440	120	8614
61	4351	91	6512	121	8686
62	4423	92	6584	122	8759
63	4495	93	6657	223	8831
64	4567	94	6729	124	8904
65	4630	95	6801	125	8976
66	4710	96	6874	126	9049
67	4782	97	6946	127	9122
68	4854	98	7018	128	9195
69	4926	99	7090	129	9268
70	4998	100	7163	130	9341

Derde Tafel der afgekorte Ronde Naalden.

Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.
131	9413	161	11606	191	13812
132	9486	162	11679	192	13886
133	9559	163	11752	193	13960
134	9632	164	11826	194	14033
135	9705	165	11899	195	14107
136	9778	166	11973	196	14181
137	9851	167	12046	197	14255
138	9924	168	12120	198	14329
139	9997	169	12193	199	14403
140	10070	170	12267	200	14477
141	10143	171	12340	201	14551
142	10216	172	12414	202	14625
143	10289	173	12487	203	14699
144	10362	174	12561	204	14773
145	10435	175	12634	205	14847
146	10508	176	12708	206	14921
147	10581	177	12781	207	14995
148	10654	178	12855	208	15069
149	10727	179	12928	209	15143
150	10801	180	13002	210	15217
151	10874	181	13075	211	15291
152	10947	182	13149	212	15365
153	11020	183	13222	213	15439
154	11093	184	13296	214	15513
155	11167	185	13369	215	15587
156	11240	186	13442	216	15661
157	11313	187	13517	217	15735
158	11386	188	13791	218	15809
159	11459	189	13665	219	15883
160	11533	190	13739	220	15958

Derde Tafel der afgekorte Ronde Naalden.

Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.
221	16032	251	18266	281	20513
222	16106	252	18340	282	20588
223	16180	253	18415	283	20663
224	16255	254	18490	284	20738
225	16329	255	18564	285	20813
226	16403	256	18639	286	20889
227	16477	257	18713	287	20964
228	16552	258	18788	288	21039
229	16626	259	18863	289	21114
230	16701	260	18938	290	21190
231	16675	261	19013	291	21265
232	16849	262	19088	292	21340
233	16923	264	19163	203	21415
234	16998	264	19237	294	21491
235	17072	265	19312	295	21566
236	17147	266	19387	296	21641
237	17221	267	19462	297	21717
238	17296	268	19537	298	21792
249	17370	269	19612	299	21867
240	17445	270	19687	300	21943
241	17520	271	19762	301	22018
242	17594	272	19837	302	22094
243	17669	273	19912	303	22169
244	17743	274	19987	304	22245
245	17818	275	20062	305	22320
246	17892	276	20137	306	22396
247	17967	277	20212	307	22471
248	18041	278	20287	308	26547
249	18116	279	20362	309	22622
250	18191	280	20438	310	22698

Derde Tafel der afgekorte Ronde Naalden.

Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.
311	22774	341	25049	371	27337
312	22849	342	25125	372	27414
313	22925	343	25201	373	27490
314	23001	344	25277	374	27567
315	23076	345	25353	375	27643
316	23152	346	25429	376	27720
317	23228	347	25505	377	27796
318	23303	348	25581	378	27873
319	23379	349	25657	379	27950
320	23455	350	25734	380	28027
321	23531	351	25810	381	28104
322	23607	352	25886	382	28180
323	23682	353	25962	383	28257
324	23758	354	26039	384	28333
325	23834	355	26115	385	28410
326	23910	356	26191	386	28486
327	23985	357	26267	387	28563
328	24061	358	26344	388	28640
329	24137	359	26[illegible]20	389	28717
330	24213	360	26497	390	28794
331	24289	361	26573	391	28871
332	24365	362	26649	392	28948
333	24441	363	26726	393	29024
334	24517	364	26802	394	29101
335	24593	365	26878	395	29178
336	24669	366	26955	396	29255
337	24745	367	27031	397	29332
338	24821	368	27108	398	29409
339	24897	369	27184	399	29486
340	24973	370	27261	400	29563

Derde Tafel der afgekorte Ronde Naalden.

Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.
401	29640	431	31957	461	34288
402	29717	432	32035	462	34366
403	29794	433	32112	463	34444
404	29871	434	32190	464	34522
405	29948	435	32267	465	34600
406	30025	436	32345	466	34678
407	30102	437	32422	467	34756
408	30179	438	32500	468	34834
409	30256	439	32577	269	34912
410	30334	440	32655	470	34990
411	30411	441	32732	471	35068
412	30488	442	32810	472	35146
413	30565	443	32887	473	35224
414	30642	444	32965	474	35302
415	30719	445	33043	475	35381
416	30797	446	33121	476	35459
417	30874	447	33198	477	35537
418	30951	448	33276	478	35615
419	31028	449	33354	479	35693
420	31106	450	33432	480	35772
421	31183	451	33509	481	35850
422	31260	452	33587	482	35928
423	31338	453	33665	483	36007
424	31415	454	33743	484	36085
425	31492	455	33820	485	36163
426	31570	456	33898	486	36241
427	31647	457	33976	487	36320
428	31725	458	34054	488	36398
429	31802	459	34132	589	36476
430	31880	460	34210	490	36555

Derde Tafel der afgekorte Ronde Naalden.

Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.	Pyl.	Inhoud.
491	36633	495	36946	498	37182
492	36711	496	07025	499	37260
493	36790	497	37103	500	37339
494	36868				

§. CLXX.

Als men deeze Tafelen te hulp roept, vindt men ligt, hoe veel nats in een recht opstaand vat overig is, als men acht geeft, dat de halve inhoud van het vat tot een grondslag der berekeninge moet strekken. Stel, dat *in een Aam*, (wiens inhoud is 64 stoopen, en wiens binnenlangte is 26, 1 duimen, wiens sponts—diepte is 22, en wiens bodems—diepte is 19, 2) het nat 16 duimen hoog staat, en dus 16 — 13,05 = 2,95 duimen boven de halve hoogten van het vat, zo dat 'er 10, 1 duimen aan ontbreeken. Dewyl 22 : 19, 2 = 1000 : 872, 72, zo moet het Aam onder de dikbuikige vaten gerekend worden; weshalven hier de *eerste* Tafel voor de geknotte kegels moet worden gebruikt. Nu is 13,05 : 10,1 = 500 : 386,973. Hier mede stemt het naaste overeen de inhoud 25096, en dewyl 33674 is tot 25096, als 32 stoopen tot 23, 849 stoopen, zo zyn 'er 23, 849 stoopen te kort, of 8, 151 stoopen meer dan de helft, dat is, 40, 151 stoopen. Maar als de hoogte van het nat de hal-

halve binnen—langte niet overtreft, als het, by voorbeeld, in het Aam staat ter hoogte van 10,1 duimen, zyn 'er in 't geheel 23,849 stoopen nats in het zelve overig.

Het vat, dat ik in de behandelinge der Wynroey—kunde steeds tot een voorbeeld heb gebruikt, heeft een sponts—diepte van 32 duimen, en een bodems—diepte van 28, 8 duimen; nu staat 32 tot 28, 8, als 1000 tot 900 en dus zoude het tot de *middelbaar-buikigen* behooren; maar dewyl de binnen—langte is van 45 duimen, zo is de sponts-diepte tot de langte, als 100 tot 140, 6; derhalven mag het wel onder de *Dunbuikigen* geteld worden; zo dat de 3[de] Tafel in aanmerkinge komt. Stel nu, dat het nat 30 duimen hoog staat, zo dat het ter diepte van 15 duimen van boven ledig is: nu is 22, 5 (de halve hoogte van het vat) tot 15, als 500 tot 333, 3 hier mede stemt in de *derde* Tafel voor de geknotte Kegels overeen 24466. Dewyl nu 37339 is tot 24466, als 118, 5 (de halve inhoud van het vat) tot 77, 646 stoopen; zo ontbreeken 'er 77, 646 stoopen, en dus zyn 'er in het vat 159, 354 stoopen overig. Indien het nat 15 stoopen hoog gestaan hadt, zouden 'er 77, 646 stoopen in zyn overgebleeven. Indien men dit berekend hadt volgens de *Tweede* Tafel, (die voor de *middelbaarbuikigen* is) zoude men ge-

von-

vonden hebben voor het eerste geval 160, 787 stoopen, en voor het tweede 76, 813.

§. CLXXI.

Als men wil weeten, hoe hoog het nat in een staand vat moet staan, als 'er nog een bepaald getal van stoopen, of eenige andere maaten in is, moet men deeze bewerkinge (§. LXX.) omkeeren. Stel, dat in het laatstgemelde vat 159, 354 stoopen over zyn gebleeven en men moet daar uit de hoogte berekenen; zo stelt men 118, 5 (de halve inhoud van het vat) staat tot 77,646 (het getal der stoopen, die aan het vat, om vol te zyn, ontbreeken) als 37339 (de inhoud van het halve denkbeeldige vat, dat in de *Derde* Tafel ondersteld is) tot 24466. Hier mede stemt in de Tafel overeen de hoogte 333,3. Nu is 500 tot 333, 3, als 22, 5 tot 15; derhalven zyn 'er 15 duimen ledig, en dus blyft de hoogte van het nat 45 — 15 = 30 duimen.

§. CLXXII.

Op deeze gronden (§. LXXI.) zyn de *Wantafels* berekend voor de driederley soorten van vaten, onderstellende, dat de inhoud van het vat gedeeld is in honderd gelyke deelen, en dat de halve inhoud in vyftig: men rekent, naame-

melyk, op deeze wyze: 50 (de halve inhoud van het vat) ſtaat tot 1, als 33674 (de inhoud van het halve denkbeeldige vat in *de eerſte* Tafel voor de geknotte Kegels in *dikbuikige* vaten) tot 673,48. By dit getal onder de inhouden vindt men in de *Eerſte* Tafel 11,76. Nu is dit de gezogte hoogte in die deelen uitgedrukt, waar van 'er 500 gaan in de halve binnen—langte van het vat; en als men 11,76 van 1000 (de geheele hoogte of binnen—langte van het vat) aftrekt blyven 'er 988,24 van die deelen over voor de hoogte van het nat, als 'er maar ééne maat van de 100, die het geheele vat vullen, ontbreekt. De Wantafelen van *van der Boot* zyn alle op deeze wyze berekend, alleen zyn de breuken afgeſneeden, neemende voor een breuk, die grooter is dan een half, een geheel, en eene, die minder is dan een half, geheel weg laatende. Ik heb die Tafelen op veele plaatſen getoetſt en nagerekend, en dezelven overal wel bevonden, eenige kleinigheden, die niet in aanmerkinge kunnen komen, uitgezonderd.

Eerste Tafel van de Wanne-maate.

Inh.	Pyl.	Inh.	Pyl.	Inh.	Pyl.	Inh.	Pyl.
1	12	26	280	51	508	76	740
2	23	27	290	52	516	77	750
3	35	28	300	53	525	78	760
4	46	29	309	54	534	79	770
5	58	30	319	55	543	80	780
6	70	31	328	56	552	81	790
7	81	32	338	57	561	82	801
8	92	33	347	58	570	83	811
9	103	34	357	59	579	84	822
10	114	35	366	60	588	85	823
11	125	36	376	61	597	86	843
12	136	37	385	62	606	87	853
13	147	38	394	63	615	88	864
14	157	39	403	64	624	89	875
15	168	40	412	65	634	90	886
16	178	41	421	66	643	91	897
17	189	42	430	67	653	92	908
18	199	43	439	68	662	93	919
19	210	44	448	69	672	94	930
20	220	45	457	70	681	95	942
21	230	46	466	71	691	96	954
22	240	47	475	72	700	97	965
23	250	48	484	73	710	98	977
24	260	49	492	74	720	99	988
25	270	50	500	75	730	100	1000

Tweede Tafel van de Wanne-maate.

Inh.	Pyl.	Inh.	Pyl.	Inh.	Pyl.	Inh.	Pyl.
1	11	26	273	51	509	76	747
2	22	27	283	52	518	77	757
3	33	28	293	53	527	78	767
4	44	29	303	54	536	79	777
5	55	30	312	55	545	80	787
6	66	31	322	56	554	81	798
7	77	32	332	57	563	82	808
8	88	33	341	58	573	83	818
9	99	34	351	59	582	84	829
10	109	35	361	60	592	85	839
11	119	36	370	61	601	86	850
12	130	37	380	62	611	87	860
13	140	38	389	63	620	88	870
14	150	39	399	64	630	89	881
15	161	40	408	65	639	90	891
16	171	41	418	66	649	91	901
17	182	42	427	67	659	92	912
18	192	43	437	68	668	93	923
19	202	44	446	69	678	94	934
20	213	45	455	70	688	95	945
21	223	46	464	71	697	96	956
22	233	47	473	72	707	97	967
23	243	48	482	73	717	98	978
24	253	49	491	74	727	99	989
25	263	50	500	75	737	100	1000

Derde Tafel van de Wanne-maate.

Inh.	Pyl.	Inh.	Pyl.	Inh.	Pyl.	Inh.	Pyl.
1	11	26	266	51	509	76	754
2	21	27	276	52	519	77	764
3	32	28	286	53	528	78	774
4	42	29	296	54	538	79	784
5	52	30	306	55	547	80	794
6	63	31	316	56	557	81	805
7	73	32	326	57	566	82	814
8	83	33	336	58	576	83	824
9	94	34	345	59	586	84	834
10	104	35	355	60	596	85	845
11	114	36	365	61	605	86	855
12	125	37	375	62	615	87	865
13	135	38	385	63	625	88	875
14	145	39	395	64	635	89	886
15	155	40	404	65	645	90	896
16	166	41	414	66	655	91	906
17	176	42	424	67	664	92	917
18	186	43	434	68	674	93	927
19	196	44	443	69	684	94	987
20	206	45	453	70	694	95	948
21	216	46	462	71	704	96	958
22	226	47	472	72	714	97	968
23	236	48	481	73	724	98	979
24	246	49	491	74	734	99	989
25	256	50	500	75	744	100	1000

§. LXXIII.

§. CLXXIII.

Uit deeze Wantafelen kunnen zeer gemakkelyk de *Peil-roeden voor ſtaande vaten* worden berekend, als men maar den inhoud van dezelve kent, beneffens hunne gedaante en binnenlangte: maar, om dat men niet altoos met geregelde vaten te doen heeft, en zelfs de meeſte vaten, die over eind ſtaande gepeild worden, aan geen Yk onderheevig zyn, zo bedient men zig van de Wantafel voor de *Middel-baarbuikigen*. Stel een vat, dat vol zynde, 98,5 ſtoopen inhoudt; deszelfs ſponts-diepte zy = 25,45, de bodems-diepte = 22, 2 de binnen-langte = 3[illegible]6,625 duimen, zo dat het onder de *middelbaarbuikigen* eeniger maaten zoude kunnen gerekend worden. Om een Peil-ſtok voor zulk een vat te berekenen, gaat men byna op dezelfde wyze te werk, als in (§. CLXXI); naamelyk, voor de hoogte van ééne ſtoop ſtelt men: 49,25 (de halve inhoud van het vat) *ſtaat tot* 1, *als* 50 (de halve onderſtelde inhoud in de *tweede* tafel,) *tot* 1,01523: het zelfde vindt men gemakkelyker, als men ſtelt: 98,5 (de geheele inhoud van het vat) *ſtaat tot* 1, *als* 100 (de geheele onderſtelde inhoud in die zelfde Wantafel) *tot* 1,01523. Hier mede ſtemt over een de hoogte 11,16753, waar voor men 11 kan

nee-

neemen, dewyl het hier op zulke kleinigheden niet aankomt: nu is 100, de geheele hoogte van het vat in de Tafel, tot 1 1, als 30,625 tot 0,336875 duim. Op dezelfde wyze vindt men voor 2 stoopen 0,673750 duim: voor 10 stoopen heeft men 3,384 duimen enz. Hier uit nu is ligt op te maaken, dat, als het vat op één stoop na vol is, de hoogte moet zyn 30, 625 — 0, 336875 = 30, 288125 duimen; als 'er twee stoopen uit zyn 30,625 — 0,67375 = 29,94125 duimen enz. Weshalven maar de hoogte voor de helfte van de stoopen, die in het vat gaan, behoeft berekend te worden uit de Wantafel; de hoogte voor de andere helft kan daar uit worden bepaald.

§. CLXXIV.

Schoon nu deeze berekeningen (§. CLXVIII — CLXXIII) naauwkeurig genoeg zyn voor het gebruik; nademaal men met vaten te doen heeft, die steeds aan eenige ongeregeldheden onderhevig zyn, al zyn zy door eerlyke en kundige Kuipers gemaakt; echter is de onderstellinge, waar op de bepaalingen steunen, niet met de waarheid overeenkomende (§. LXXVIII en CLXVIII), daar de inhoud van het geheele vat te klein is. Laaten wy nu eens zien, hoe veel men vorderen kan door de *Fluxie*-rekeningen. De onderstellinge, dat de kromte der duigen een *Elliptische* boog is, komt zeer na aan de waarheid (§. LXXXV en LXXXVI), geevende op een vat

van 23? stoopen maer 1½ stoop te weinig; ten min-
sten 1½ stoop minder dan men bekomt door de beste
en fynste berekeningen (§. XC.); derhalven moet
men door de *Elliptische* onderstellinge de hoeveel-
heid van het Nat naauwkeuriger kunnen bereke-
nen. De halve inhoud van het vat is gelyk aan

$$\frac{oa^2}{u^2} \times \overline{\frac{1}{4}uux - \frac{x^3}{3}}$$, alwaar alleen x wordt veranderd.

Stel $x = 1$ duim; terwyl $u = 91,5854$, en $a = 32$; zo is de lighaamelyke inhoud van de schyf, die, van het midden I naa H gerekend, een duim hoog is,

gelyk aan $$\frac{3,141593 \times \overline{32}^2 \times \overline{\frac{91,5854}{4}}^2 - \frac{1}{3}}{91,5854^2} = 804,12$$

cubique duimen, of 5,7002 stoopen, en dus de hoe-
veelheid van het Nat, dat een duim boven de helfte
staat, 118,5 + 5,7002 = 124,2002. Stel, dat het
nat 30 duimen hoog staat, zo is $x = 30 - 22,5 = 7,5$

duimen; derhalven is $$\frac{oa^2}{u^2} \times \overline{\tfrac{1}{4}uux - \frac{x^3}{3}} = \frac{3,14159 \times \overline{32}^2}{91,5254^2}$$

$$\times \overline{\frac{91,5854^2 \times 7,5}{4} - \frac{7,5^3}{3}} = 5870,06$$ taerling-duimen,

dat is, 41,6113 stoopen. Als men nu hier de helf-
te van den geheelen inhoud bydoet (dewyl het nat
hooger staat dan het midden), zo is de gezogte hoe-
veelheid vogts 118,5 + 41,6113 = 160,1113 stoo-
pen; waar voor ik (§. CLXX.), op de onderstellinge
van twee geknotte Kegels gevonden heb 159,354
stoopen; het verschil is maar 0,7573 van een stoop:
zo dat men ziet, dat het in de *Practyk* vergeefsche
moeite zoude zyn, indien men zulke fyndere bere-
keningen wilde te hulp roepen. Evenwel is deeze
be-

betekeninge minder moejelyk, dan zy in den eerſten opſlag ſchynt, vooral wanneer men zig van de *Logarithmen* bedient; dewyl *Logarithmus* van $\frac{oa^2}{u^2}$ altoos dezelfde blyft, welk getal ook voor x moge geſteld worden. Maar het is moejelyker deeze betekeninge om te keeren, en uit de gegeeven hoeveelheid Nats de hoogte te bepaalen, tot welke het in een gegeeven vat moet ſtaan: want als men voor de hoeveelheid ſtelt n, (na dat 'er de halve inhoud, van afgetrokken is, indien de omſtandigheid zulks vereiſcht) is $\frac{oa^2}{u^2} \times \overline{\tfrac{1}{4} uux - \frac{x^3}{3}} = n$; derhalven is $x^3 - \tfrac{3}{4} uux + \frac{3nu^2}{oa^2} = 0$; zo dat x niet kan bepaald worden, dan door telkens een vergelykinge van drie afmeetingen op te loſſen.

§. CLXXVII.

Men zoude op eene diergelyke wyze de onderſtellinge kunnen gebruiken, dat de kromte der duigen een boog van een Brandſneede, of *Parabel* is (§. LXXXIX.), ſchoon daar door de geheele inhoud wat te groot wordt, geevende op een vat van 237 ſtoopen omtrent $2\tfrac{1}{4}$ ſtoopen te veel. De halve inhoud is $= oz^2 \times \overline{t - \frac{2t^3}{3f^2} + \frac{t^5}{5f^4}}$. Hier nu blyft $z = AI$ onveranderlyk; $f^2 = \frac{AI \times KF^2}{AK}$ is mede beſtendig; alleen wordt t veranderd. Stel wederom hetzelfde

voorbeeld, en laat het Nat ſtaan ter hoogte van 30 duimen, of 7,5 duimen boven het midden, zo dat $t = 7,5$; $z =$ AI $= 16$; $f^2 = 5062,5$ (§. LXXXVIII.) de lighaamelyke inhoud, die 'er is boven de helfte van het geheele vat, is dan $3,141593 \times 256 \times 7,5 - \frac{843,750}{15187,5} + 0,00018518 = 5987,33$ taerling-duimen, of 42,4424 ſtoopen: als dan de halve inhoud van het vat geſteld wordt op 118,5 ſtoopen, is de gezogte hoeveelheid nats = 160,9424 ſtoopen: maar wy vonden boven (§. LXXXVIII.) voor den inhoud van het vat door deezen weg 33831 taerling-duimen, of 239,691 ſtoopen; derhalven zoude de hoeveelheid van het vogt 119,9805 + 42,4424 = 162,4229 ſtoopen uitmaaken.

§. CLXXVI.

Men zoude ook door de fynſte berekeninge en die het naaſte aan de waarheid komt (§. XC.), de hoeveelheid vogts kunnen vinden, welke in een gegeeven vat overig is, als het zelve tot een bepaalde hoogte ſtaat; men zoude het bovenſte vierdedeel der hoogte van het vat moeten berekenen vol-
Fig. 11. gens §. LXXVII en CLXVIII., de raaklynen doortrekkende, tot dat zy malkander ontmoeten in N, om dus LU te kunnen vinden; maar de hoeveelheden van het nat, dat bevat is in ALUD, zouden bepaald worden volgens §. CLXXV. Doch de moeite en tyd, die daar aan beſteed zoude worden, kan niet worden beloond door het kleine verſchil, dat men vindt tuſſchen deeze en tuſſchen de gewoone berekeningen.

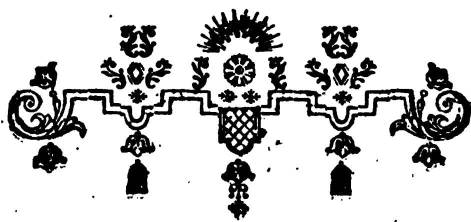
Het

Het beste, veiligste voor de Practyk, en kortste zoude zyn, dat men den inhoud van het vat bepaalde, niet volgens de onderstellinge van twee geknotte Kegels (§. LXXVII.), welke altyd te weinig uitlevert, maar volgens één van de andere onderstellingen, die nader aan de waarheid komen (§. LXXXIV. §. LXXXV. §. LXXXVI. §. XC. §. XCI. §. XCII. §. CXLI. of §. CXLII.) Deezen inhoud bepaald zynde, zoude men voor het overige de Tafels van de geknotte Kegels, (§. CLXIX.) en de daar op steunende Wantafels (§. CLXXII.) kunnen gebruiken, zonder verre van de waarheid af te dwaalen: en dit wordt ook doorgaans in de *Practyk* in acht genomen, zonder dat de inhoud der vaten op de onderstellinge van twee geknotte Kegels wordt berekend. Men stelt in het berekenen van de Peilroede voor een staand *Bourdeaux* Oxhoofd voor den geheelen inhoud 96 stoopen, (schoon het zomtyds wat grooter en zomtyds kleinder is,) en men bekommert zig niet met den inhoud door de gemelde onderstellinge (§. LXXVII.) bepaald: deeze toch geeft 96,9334 stoopen, (onderstellende, dat de sponts-diepte is = 25,45, de bodems-diepte = 22, 2, de binnenlangte 30, 625 duimen) schoon men door de fynste berekeninge (§. XC.) vindt, dat zulk een vat 99,6456 stoopen inhoudt, en

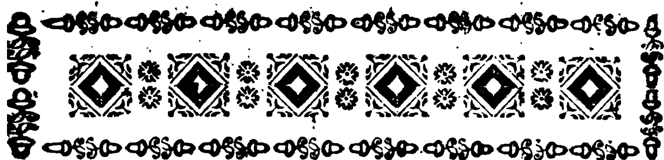
dus 3,6456 stoopen grooter is, dan een gewoon Oxhoofd.

§. CLXXVII.

Men zoude op dezelfde gronden de hoeveelheid van het Nat kunnen vinden, dat in een overend-staand *Ovaal* vat nog overig is; dewyl een Kegel, die op een ovaalen, of een *Elliptischen* grondslag staat, gelyk is aan ⅓ van een Cylinder, welke dienzelfden grondslag en dezelfde hoogte heeft, (gelyk dit nog gemakkelyker door de Rekenkunde der Oneindigen (*Arithmetica Infinitorum*) dan door de *Fluxie-Rekeninge* betoogd wordt) weshalven hier dezelfde behandelinge plaats zoude hebben, als in de gemeene vaten, indien het vat wierdt aangemerkt als zamengesteld uit twee geknotte *Elliptische* Kegels; maar dewyl het selden of nooit voorkomt, dat O-vaale of *Elliptische* vaten over-end-staande moeten gepeild worden, zal ik my hier mede niet ophouden, voornaamelyk dewyl de gedaante juist niet volmaakt *Elliptisch* is, maar doorgaans een *Ovaal* vertoont, dat aan geen Meetkundige vergelykingen onderhevig is.



DER-



DERDE AFDEELINGE

OVER DE

SCHUIF-SCHAAL

EN DESZELFS GEBRUIK.

§. CLXXVIII.



ndien een Wyn—Roeijer en Peilder het hoofdzaakelyke van het geene ik omtrent de tientallige breuken, Wortel—trekkingen, en *Logaritbmen* heb voorgesteld (§. I-LXIV.) wel heeft begreepen, zal het hem niet moejelyk vallen om aan alle de deelen van zynen post te voldoen, zo hy maar de allereenvouwdigste gronden der Meetkunst heeft geleerd, voor zo verre dezelve in het berekenen van de Rooy— en Peilstokken noodig zyn; zelfs kan hy al veel uit-

werken, als hy maar de regels volgt, welken ik heb voorgedraagen; schoon hy dan met veel minder gerustheid zyn werk zal verrichten, en dikwyls met wankelende schreeden zal voortgaan. Edoch zelfs in dit geval kan hy de *Logarithmen* niet wel ontbeeren, welke echter voor die geenen moejelyk zyn, die derzelver aard en berekeninge niet in den grond verstaan, waar toe een grooter bedreevenheid in de verhevener deelen der Wiskunde vereischt wordt, dan men in een Wyn-roejer, of Peilder durft eisschen of onderstellen. Hierom heeft men al voor een geruimen tyd in Engeland een *Schuifschaal* uitgedagt, waar door men, op een Werktuigkundige wyze, al het geene, dat tot het Roejen en Peilen behoort, kan verrichten; zo dat men alleen maar een grondige kennisse behoeft te hebben van de tientallige breuken, om de Schuifschaal met voordeel te gebruiken; schoon men dan de reden niet begrypt van het geene door dat Werktuig wordt uitgevoerd. Men vindt by *van der Boot* (z) reeds een beschryvinge van een *Schuifstok*, of *Schuifschaal*, waar door men *liggende* vaten kan *peilen*, of de hoeveelheid van het Nat kan bepaalen, als men den inhoud van het vat weet, beneffens de sponts-diepte en de hoogte, waar in het Nat staat in halve duimen en

(z) Beknopte Wynroei-Kunst, pag. 28. enz.

en gedeeltens van halve duimen, of ook in eenige andere bepaalde maat, waar in de sponts-diepte is uitgedrukt; maar, behalven dat die Schuifstok gegrond is op zyne Wan-tafelen, die, schoon zy niet zeer verre van de waarheid afdwaalen, op een valsche onderstellinge rusten (§. CLVI.), zo kan dezelve niet dienen voor de peilinge van *staande* vaten, en geeft geen hulp in het *Wyn-roejen.* Hierom heb ik de Engelsche Schuifschaal, voor de Wyn-Roejers en Peilders door den Heer *Everard* vervaerdigd (*a*), naauwkeurig onderzogt, en deszelfs gronden nagespoord, om te beproeven, of ik dezelve zodaanig konde veranderen en verbeteren, dat zy van dienst konde zyn voor de Hollandsche Wyn-roejers en Peilders; en hier in meene ik eeniger maaten gelukkig geslaagd te hebben; ik heb alles weggelaaten, dat op Engelsche Wyn-Ale-en Mout-maaten betrekkelyk was, en nieuwe merken berekend voor Nederlandsche, inzonderheid Hollandsche, maaten; ik heb de verdeelingen, zo voor de staande, als liggende vaten, verbeterd; ik heb in de plaats van éénе verdeelinge voor de staande en éénе voor de liggende vaten, *drie* voor de staande, en *drie* voor de liggende daar op gebragt, voor de

(a) Zie the Construction of Mathematical Instruments by *Stone*, pag. 22.

de driederley-soort van vaten, en volgens de Wan-tafelen ten dien einde berekend; en eindelyk heb ik een algemeener Schaal berekend en getekend, om de gemiddelde middellyn der vaten te vinden.

§. CLXXIX.

De Schuifschaal is één voet lang; schoon men aan deeze langte geensins gebonden is; zelfs zoude het beter zyn, indien zy een grooter langte hadt, dewyl dan ieder verdeelinge grooter en zigtbaarder wordt; maar, om dit werktuig handelbaarder te maaken en om het by zig te kunnen draagen, maaken de Engelsche Meesters het slegts van één voet langte: de breedte is doorgaans van één duim; maar ik heb de breedte wat grooter laaten neemen, om dat 'er meer verdeelingen of verdeelde lynen op moesten staan op de breede zyden, dan op de Engelsche. Het geheele Werktuig, dat van Palmhout gemaakt is, maar ook voor een gedeelte van Koper zoude kunnen vervaerdigd worden, bestaat uit drie deelen, uit *de schaal* zelve, en uit *twee schuiven*, die ieder de breedte hebben van omtrent ¼ van een duim, en met haar oppervlakte overeenstemmen of gelyk liggen met de oppervlakte van de Schaal; de ééne schuif is aan de ééne zyde, de andere aan de andere zyde,

de, en zy fteeken beide, op dat men dezelve zoude kunnen vatten, om te verfchuiven, omtrent een half duim buiten de fchaal uit, als zy met haar ééne end het end van de fchaal bereiken.

§. CLXXX.

Op *de eerfte breede zyde* zyn vier verdeelde lynen, met haare getalmerken, die met A., *a*, *b*, *c*; zyn getekend, om dezelven van malkander te kunnen onderfcheiden. De lyn A is in twee gelyke deelen gedeeld, en is getekend met 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1, en vervolgens 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. De deelen van deeze lyn, (die alle van malkander in groote verfchillen, als alleen dat dezelfde verdeelinge plaats heeft van 1 tot 1, als van 1 tot 10) zyn betrekkelyk op de *Logarithmen*, en worden zonder eenige nieuwe berekeningen uit de Tafelen der *Logarithmen* gehaald. Men verdeelt de lyn tusfchen 1 en 1 begreepen, (welke 5½ duimen lang is) op een fyne fchaal in duizend deelen; om eerft de groote verdeelingen te hebben, zoekt men in de Tafel de *Logarithmus* van 200; men vindt (zonder zig met den Wyzer of het Ken-tal (§. XLIX.), dat hier 2 is, te bemoejen) 3010300; de vier laatfte getal-merken weg laatende (dewyl de lyn 1, 1 maar in 1000 deelen gefneeden is) behoudt men

men 301; men neemt op de schaal van 1000 deelen 301 deelen met een fyne passer, en men brengt deeze langte op de schaal over van 1 tot 2. Om den afstand tusschen 1 en 3 te vinden, zoekt men den *Logarithmus* van 300; deeze is 2,4771213; den Wyzer 2, en de vier laatste getal-merken afsnydende, behoudt men 477; dit getal van deelen op de verdeelde schaal wederom met den passer genomen hebbende, brengt men het over van 1 tot 3. Dus gaat men voort van 1 tot de tweede 1, zo dat men voor 4 vindt 602; 699 voor 5, 778 voor 6; 845 voor 7; 903 voor 8; 954 voor 9, 1000 voor 10. Het tweede gedeelte van de lyn A wordt juist op dezelfde wyze verdeeld, beginnende van 1, het end van het eerste deel, en het begin van het tweede. Dus heeft men de verdeelingen voor de *honderd–tallen*. De verdeelingen voor de *tien–tallen*, tusschen de honderd–tallen in staande, vindt men op dezelfde wyze. Om de plaats te vinden, daar 110 op de schaal moet staan, zoekt men den *Logarithmus* van 110, naamelyk 2,0413927; den Wyzer en de vier laatste getalmerken weg werpende, behoudt men 041; dit getal van deelen, op de verdeelde schaal van 1000 deelen genomen zynde, brengt men over van 1 naa de kant van de tweede 1; dus voor 120 vindt men 79, voor 130 vindt men 114 (eigentlyk 1,139434; maar hier en over-

overal neemt men, als de vierde lettergrooter is dan 5, de derde één grooter) voor 140. 146; voor 150. 176; voor 160. 204; voor 170. 230; voor 180. 255, voor 190. 279 en zo vervolgens: voor 210. 322; voor 220. 342; voor 230. 362 enz.

De verdeelingen voor de *eenheden* zouden op dezelfde wyze gevonden worden, gelyk voor 101 zoude men hebben 4 (dewyl de *Logarithmus* van 101 is 2,0043214) voor 102 9: voor 103. 13; voor 104. 17; voor 105. 21 enz. Maar dewyl de verdeelingen te naa by malkander zouden komen op een Schuifschaal van één voet langte, neemt men maar de verdeelingen voor 102, 104, 106, 108, 112, 114, 116, 118, 122, 124 enz. Als men boven 200 komt, tekent men alleen voor 205, 215, 225, 235 enz. boven 300 laat men het by de tien-tallige verdeelingen berusten.

§. CLXXXI.

Als deeze lyn A (§. CLXXX.), met alle haare verdeelingen op de ééne zyde van de schaal is gebragt, steekt men de *schuif*, die met B getekend is, daar in, tot het einde toe, zo dat de einden met malkander zamenkomen, en men brengt alle verdeelingen van de lyn A op B over aan beide de zyden van de schuif; zo dat 'er

maar

maar ½ van een duim tusschen deeze dubbele verdeelinge open blyve; zelfs trekt men de lynen voor de *honderd–tallen* door, en men ftelt de getalmerken op het middelfte deel van de fchuif, dat open gebleeven was; om dus die getalmerken voor beide de boorden van de fchuif te doen dienen.

§. CLXXXII.

De lynen *a*, *b* en *c*, hebben haare betrekkinge op de drie *Wan–tafels* voor *dik–buikige*, *middelbaar–buikige* en *dunbuikige* vaten, die, terwyl zy *liggen*, moeten gepeild worden; en de verdeelingen fpruiten voort uit die Wan–tafels, welke ik op nieuw heb berekend en voorgefteld (§. CLVII.); zo dat de ftoopen van 1 tot 100 ftaan tegen over de *Logarithmen*, welke tot de deelen behooren, die daar mede, volgens de Wan–tafel, overeenftemmen. By voorbeeld, in de *eerfte* Wan–tafel ftaat 1 ftoop tegen over 62,794 deelen; derhalven ftaat op de fchaal in de lyn *a*, 1 tegen over de *Logarithmus* van 63 in de lyn A, en dus ook op de fchuif B, als zy tot het end toe in gefchooven is; 10 ftoop (of eenige andere maat, *dewyl de rekeninge aan geen ftoopen gebonden is*) ftaan tegen over 178,484; derhalven ftaat 10 op de fchaal tegen over de *Logarithmus* van 178, enz. Op een diergelyke wyze

wyze gaat men te werk uit de *tweede* Wan—tafel met de lyn *b*: naamelyk 1 ſtoop ſtaat in de Tafel tegen over 54,387 deelen; derhalven wordt 1 ſtoop of maat geplaatſt tegen over de *Logarithmus* van 54; 10 ſtoop tegen over de *Logarithmus* van 172, om dat 10 ſtoop in die Wantafel ſtaat tegen over 172,301; 20 ſtoop ſtaat tegen over de *Logarithmus* van 265, om men dat in de Tafel by 20 ſtoopen, of maaten het getal 265,411 vindt ſtaan. Dezelfde handelwyze gebruikt men voor de 3de lyn *c*, die op de *derde* Wantafel betrekkelyk is, en dezelve als in een kort begrip vertoont: 1 ſtoop ſtaat op de ſchaal tegen over de *Logarithmus* van 47, om dat men in die Wantafel by ééne maat ziet ſtaan 47,280; 10 ſtoop ſtaat tegen de *Logarithmus* van 167, om dat in de Tafel by 10 ſtoop gevonden wordt het getal 167,049; 20 ſtoop ſtaat op de ſchaal by de *Logarithmus* van 262, om dat men in de Tafel vindt 261,623 deelen; 80 ſtoop ſtaat by de *Logarithmus* van 738, om dat in de derde Wan—tafel by 80 maaten het getal van deelen 738,377 gevonden wordt, enz. Van 01 tot 1 zyn de tiende deelen aangetekend; van 1 tot 10 de halve ſtoopen; van 10 tot 100 is de verdeelinge niet verder dan tot enkele ſtoopen; dewyl een fynder verdeelinge, om meergemelde redenen, overtollig zoude geweeſt zyn.

§. CLXXXIII.

§. CLXXXIII.

De *tweede breede zyde* heeft aan de bovenkant ééne en aan haar onderkant drie verdeelde lynen; de bovenſte, met D getekend, vertoont de getalmerken 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, en geeft de vierkante wortels van alle de getallen, die daar tegen over op de ſchuif zyn, (welke aan die zyde wordt gevonden, en op dezelfde wyze, als die aan de andere zyde getekend, en met de letter C gemerkt is), wanneer deeze ſchuif tot aan haar end toe is ingeſchoven. Dus ſtaat tegen 4 op de ſchuif het getal 2 op deeze bovenſte lyn; tegen 9 op de ſchuif ſtaat 3 op deeze lyn, en zo vervolgens. Deeze verdeelingen worden mede zeer gemakkelyk door middel van de *Logarithmus*-tafel vervaerdigd: naamelyk, de verdeelingen loopen hier in éénе reex door; daar zy in de lyn A aan de andere zyde en op de beide ſchuiven als in twee reexen verdeeld zyn; zo dat de geheele langte van 1 tot 10 verdeeld moet gerekend worden in 1000 deelen, gelyk die zelfde langte in de lyn A, en op de ſchuiven B en C verdeeld is in tweemaal 1000 deelen. De reden hier van is op te maaken uit (§. LV.); nademaal de *Logarithmen* van de vierkante wortel altyd de helfte is van de *Logarithmus*, die tot het getal behoort, waar uit de vierkante wortel moet getrokken worden.

De

De afstand tusschen 1 en 2 in de lyn D is dubbeld, zo groot als de afstand tusschen 1 en 2 in de lyn A, en in de schuiven B en C, en dus in alle de overigen. Hier door wordt de afstand tusschen 1 en 2 in D zo groot, als de afstand tusschen 1 en 4 in A, B en C; en de afstand tusschen 1 en 3 in D is waarlyk zo groot, als de afstand tusschen 1 en 9 in A, B en C: doch dewyl men niet op de *volstrekte* grootte der lynen moet zien, maar op de *reden tusschen de lynen en tusschen de volle duizend deelen*, of den afstand tusschen 1 en 10, zo is, de afstand tusschen 1 en 2 in D maar de helfte van den afstand tusschen 1 en 4 in de lynen A, B en C: dit zal duidelyker blyken, als ik het gebruik van de lyn D zal openleggen. Ondertusschen is het gemaklyk op te maaken, dat de verdeelingen van deeze lyn op dezelfde wyze gevonden en bepaald worden, als in §. CLXXX., alleen is de schaal van *duizend* deelen juist dubbeld zo groot, als die in §. CLXXX. gebruikt wordt; als de afstand tusschen 1 en 10 in duizend deelen is gedeeld, zyn tusschen 1 en 2, (dat is, tusschen 1 en 200) 301 deelen; tusschen 1 en 3, zyn 477 van die deelen, tusschen 1 en 4 zyn 602 deelen, en zo vervolgens. De reden, waarom op drie plaatsen lettertjes en kopere pennetjes staan, in S, s en P, zal in het vervolg blyken, als ik het gebruik van de lyn D in het algemeen zal hebben ver-

 toond.

toond; het zy hier ter plaatse genoeg, dat dezelve op de Hollandsche maaten hun opzigt hebben.

§. CLXXXIV.

Aan *de beneden kant* van de *tweede* breede zyde zyn *drie* verdeelde lynen met *d*, *e* en *f* getekend, welke van dienst zyn in het peilen der *staande* vaten, alwaar *d* de *eerste* Wan–tafel, *e* de *tweede*, en *f* de *derde* Wan–tafel onder het oog brengt, door de *Logarithmen* te vertoonen, die met de getallen van de Wan–tafel overeenkomen, op dezelfde wyze, als boven (§. CLXXXII.) gezegd is van de lynen *a*, *b* en *c*. By voorbeeld, in de *eerste* Wan–tafel voor *staande* vaten staat by 1 stoop 12; derhalven staat op de schaal in de lyn *d* het getal 1 tegen over de *Logarithmus* van 12, op de schuif C, als deeze tot het end toe ingeschoven is; zo dat 10 op de schuif overeenstemme met 100 in de lyn *d*; by 20 stoop staat in die zelfde Wan–tafel het getal 220; derhalven staat 20 in *d* tegen over de *Logarithmus* van 220 op de schuif C. Op dezelfde wyze in de lyn *e*, staat 16 tegen over de *Logarithmus* van 171, om dat in de *tweede* Wan–tafel by 16 stoopen staat 171. In de lyn *f* staat 24 tegen over de *Logarithmus* van 246, om dat dit getal tegen over 24 staat in de *derde*

Wan-

Wan—tafel; 40 ſtaat in die zelfde lyn tegen de *Logarithmus* van 404 op de ſchuif C, om dat dit getal gevonden wordt in die zelfde Wan-tafel tegen over 40 ſtoopen enz.

§. CLXXXV.

De éénc *ſmalle* zyde van de Schuifſchaal heeft twee verdeelde lynen (de andere ſmalle zyde heb ik ledig gelaaten); de ééne vertoont 10 Amſterdamſche duimen; ieder van welken in 10 deelen is verdeeld; deeze is aan haar end met E getekend. Hier naaſt loopt de lyn F, die in zes groote deelen is gedeeld, en ieder van deeze grootere deelen is in tien kleindere geſneeden: tegen over 1 duim ſtaan 6 tiende deelen, tegen over 2 duimen ſtaan 12 tiende deelen of één groot deel en twee tiende deelen; tegen 3 duimen ſtaan 18 tiende deelen, of één groot deel en 8 tiende deelen van de lyn F; het gebruik zal ik doen zien in §. CXCIII; het zy hier ter plaatſe genoeg, dat deeze verdeelinge haaren oorſprong heeft uit §. XCII en CXLII.

§. CLXXXVI.

Wat nu *het gebruik* van deeze verbeterde Schuifſchaal betreft; dewyl de lynen A en B niet anders zyn dan de *Logarithmen* der natuurlyke getallen, in een rekenkundige reex op

malkander volgende, zo kunnen alle vermeenigvuldigingen geschieden door het zamentellen van de deelen deezer lynen, en alle deelingen door die zelfde deelen van malkander af te trekken (§. LI en LII.) Als men, by voorbeeld 9 door 8 wil *vermenigvuldigen*, moet men de *Logarithmen* van die twee getallen zamentellen; de somme is de *Logarithmus* van de uitkomst = 72. Derhalven trekt men de schuif *B* zo verre uit, dat 1, aan het end van dezelve, kome te staan tegen 9 in A; wanneer tegen over 8 in B op de lyn A gevonden wordt 72. De reden van deeze behandelinge is uit het gezegde van zelfs openbaar, dewyl dus de *Logarithmus* van 8, in B, zamengeteld is by de *Logarithmus* van 9 in A, zynde de afstand tusschen 1 en tusschen 72, in de tweede verdeelinge op A, gelyk aan den afstand tusschen 1 op A en tusschen 9 op dezelfde lyn, gevoegd by den afstand tusschen 1 en tusschen 8 op de schuif B.

§. CLXXXVII.

Hier uit (§. CLXXXVI.) ziet men, hoe men te werk moet gaan, om een gegeeven getal door een gegeeven getal *te deelen*; dewyl men niet anders te doen heeft, dan den *Logarithmus* van den deeler af te trekken van den *Logarithmus* van het deeltal, of het verschil te zoeken tusschen

schen de *Logarithmen* van die beide. Als 72 zal gedeeld worden door 8, trekt men de schuif B uit, tot dat 8 op dezelve kome te staan tegen over 72, wanneer tegen over 1, of het begin van B, op A het getal 9, als het *hoeveelste*, wordt gevonden; want op deeze wyze is de afstand tusschen 1 en 9. in A het verschil tusschen den afstand van 1 tot 72 in A en tusschen den afstand van 1 tot 8 in B.

§. CLXXXVIII.

Door deeze zelfde lynen op A en B kan men ook het werk doen van *den regel van drien*, zo wel in *geheele* getallen, als in *gebrokens*. Dewyl hier de *Logarithmus* van het tweede getal moet gevoegd worden by den *Logarithmus* van het derde, en van de somme der *Logarithmen* de *Logarithmus* van het eerste getal moet worden afgetrokken (§. LIII.), zo volgt dat men het eerste getal in A moet zetten op het tweede getal in B, en dat men in B tegen over het derde getal in A het gezogte vierde getal in B zal vinden. Stel, dat men de vierde Meetkundige evenredige tot 6, 9 en 12 moet zoeken, of dat men door den regel van drien een getal moet zoeken, tot het welk 12 staat, als 6 tot 9: men zet 9 in B tegen over 6 in A, en men vindt op B, tegen over 12 op A, het getal 18; zo dat

6 is tot 9, als 12 tot 18. Dus ook om de vierde evenredige te vinden tot 3,25; 6,5 en 9,75 ſtelt men 3,25, op A, tegen over 6,5, op B, en men beſpeurt, dat op de lyn B tegen over 9,75 op A ſtaat 19,5. De reden is uit het gezegde (§. LIII.) wederom blykbaar: want, om by het eerſte voorbeeld te blyven, als 6 in A ſtaat tegen over 9 in B, zo is de afſtand tusſchen 1 en B en tuſſchen 1 in A gelyk aan het verſchil tuſſchen den *Logarithmus* van 9 en tusſchen den *Logarithmus* van 6; als dan 12 genomen wordt in A, wordt de *Logarithmus* van 12 gevoegd by het verſchil der *Logarithmen* van 9 en 6; derhalven is op B de afſtand tuſſchen 1 en tuſſchen het ſtip, dat tegen over 12 ſtaat, de *Logarithmus* van het gezogte vierde getal, zynde *Log.* 12 + *Log.* 9 — *Log.* 6.

§. CLXXXIX.

Hier uit (§. CLXXXVIII.) ziet men, dat men een derde evenredige vindt, als men, het eerſte getal in A ſtelt tegen over het tweede getal, in B genomen; wanneer tegen over het tweede getal in A op de lyn B de derde evenredige gezien wordt. Stel, dat men tot 8 en 12 een derde evenredige moet vinden, zo dat 8 : 12 = 12 : tot dit gezogte getal; zo zet men 8 in A op 12 in B, en men vindt in B tegen over

12

12 in *A* het getal 18: want hier is wederom de afstand tusschen 1 op *B*, en tusschen 1 op *A* gelyk aan *Log*: 12 — *Log*: 8; als by dit verschil de afstand tusschen 1 en 12 in *A* wordt by gedaan, is de afstand tusschen 1 en 18, op *B*, gelyk aan *Log*: 12 + *Log*: 12 — *Log*: 8.

§. CXC.

De lyn D op de andere zyde van de Schuifschaal, zo als die boven (§. CLXXXIII.) is beschreeven, dient in alle gevallen, waar in een *verdubbelde*, of *vierkante reden* plaats heeft, gelyk in het bepaalen van de inhouden van vierkanten, ronden, of andere gelykvormige oppervlakten; als mede van lighaamen, die, van dezelfde hoogte zynde, op verschillende, doch gelykvormige gronden rusten. Als een Cirkel een middellyn heeft, die uitgedrukt wordt door 1, en deszelfs inhoud = 0, 785398 (§. LXVIII); hier voor kan men stellen 0, 785. Men zet 785, in C, op 1, in D, en zo men den inhoud van een *cirkel* wil hebben, die 3 maal grooter is van middellyn, vindt men tegen over 3 in D het getal 7, 1 op C: door rekeninge 7, 068582. Als een *Cylinder* 1 voet wyd en een voet hoog is, is de inhoud van denzelven 0, 785398 van een *cubique* voet, of 1545, 66 taerling-duimen; stellende den voet op 14 duimen;

men: om den lighaamelyken inhoud te vinden van een *Cylinder*, die twee voeten wyd en mede één voet hoog is, zet men 1545 in C tegen over 1 in D; en men vindt tegen over 2 in D op de Schuif C het getal 6200 *cubique* duimen; door rekeninge heeft men 6182,64.

§. CXCI.

Als *Cylinders* van verschillende hoogte en wydte zyn, kan men door dit werktuig *den lighaamelyken inhoud* vinden van den éénen, als die van den anderen bekend is; zy staan tot malkander in de zamengestelde reden van de vierkante der wydte en van de hoogte (§. LXXIII.). Als de wydte van den kleinsten is $= w$ en die van den grootsten $= W$, de hoogte van den kleinsten $= 1$ en die van den grootsten $= H$; zo is de lighaamlyke inhoud van den kleinsten tot die van den grootsten als w^2 tot $W^2 \times H$: Stel nu, dat de kleinste de wydte heeft van 13,402 duimen $= w$, de grootste de wydte van 20,97 duimen $= W$, zo zoude, als de kleinste, één duim hoog zynde, één stoop inhieldt, de inhoud van den grootsten zyn $\frac{W^2 \times H}{w^2}$, dewyl $w^2 : 1 = W^2 : \frac{W^2}{w^2}$, zo dat $\frac{W^2}{w^2}$, den inhoud zoude uitdrukken, indien de grootste Cylinder

oak

ook maar één duim hoog was (§. 190): maar nu moet $\frac{W^2}{w^2}$ vermenigvuldigd worden door de hoogte H; derhalven is de *Logarithmus* van den inhoud gelyk aan *Log*. W² + *Log*. H — *Log*. w². Als H = 26,1, zet men 13,402 = w², op D, tegen over 26,1 = H op C; tegen over 20,97 = W², op D, vindt men op C, 63,5 stoopen voor den inhoud van den grooten Cylinder. Want als w² in D gezet wordt op H, in C, is de afstand tusschen 1 in C en tusschen 1, in D, gelyk aan *Log*. H — *Log*. w², als nu hier by gedaan wordt de *Log*. van W², of de afstand tusschen 1 en tusschen 20,97 op D, zo is de afstand tusschen 1 in C en tusschen 20,79 in D, gelyk aan *Log*. W² + *Log*. H — *Log*. w², welke is de *Logarithmus* van den inhoud.

§. CXCII.

Dit *algemeene* gebruik vooraf hebbende laaten gaan (§. CLXXXVI–CXCI.), zal het niet moejelyk vallen, om het gebruik van de Schuifschaal *in het Wynroejen* en *in het peilen* aan te wyzen, en hetzelve uit den aard van dit Werktuig te betoogen. Als men den inhoud van de Amsterdamsche stoop stelt op 141,069 Amsterdamsche taerling-duimen, moet een Cylinder, die *één* duim hoog is, 13,402 duimen wyd zyn, om 141,069 taerling-

duimen te bevatten: want als de wydte gesteld wordt $= w$, is $3,141593 \times \frac{w^2}{4} = 141,069$, en derhalven $w^2 = \frac{141,069 \times 4}{3,141593} = 179,6144$ en dus $w = 13,402$. Als de hoogte van een stoop gelyk gesteld wordt aan een halven Amsterdamschen duim, en de wydte mede uitgedrukt wordt in halve Amsterdamsche duimen (gelyk de verdeelingen van den *quadraat*-stok op deeze onderstellinge zyn gebouwd (§. CXXXIII.)) wordt de stoops-inhoud $= 1128,552$ halve Taerling-duimen, derhalven is $w = 37,9066$ halve duimen. Als men een *Pint* rekent voor een derde deel van een stoop, zoude een Cylinder, die een Pint of 376,184 halve Taerling-duimen zoude bevatten, een halve Amsterdamsche duim hoog zynde, de wydte moeten hebben van 21,8854 halve duimen; doch zo de hoogte van een Cylinder, die een Pint zal inhouden, gelyk is aan één duim, maar de wydte uitgedrukt wordt in halve duimen, is deeze gelyk aan 15,4753 halve duimen. En hier uit zyn de drie kopere pinnen gesprooten, waar van de eerste, met S getekend, by 13,402 geplaatst is; de 2de, met P gemerkt, staat by 14,4753; de derde, met een kleinder *s* getekend, staat by 37,9066. De *eerste* zal dienen, als de vaten in hunne sponts-

diepte,

diepte, bodems-hoogte en binnen-langte gemeeten worden in *geheele* duimen, en de inhoud *in stoopen* moet uitgedrukt worden; de *tweede*, als zy gemeeten worden ten opzigte van den inhoud *in Pinten*, ten opzigt van de sponts-diepte en bodems-diepte in *halve duimen*, maar de binnen langte in *geheele* duimen; de *derde* als alles bepaald wordt in *halve duimen*, en de inhoud *in stoopen* wordt uitgedrukt. Men ziet dan uit dit alles, dat men niet genoodzaakt is, om voor de hoogte van een stoop te neemen één duim, of één halve duim; men zoude ook die hoogte kunnen stellen 5 duimen, of 10 halve duimen, gelyk in den *Quadraat*-stok (CXXXIII) maar dan zoude men, 10 halve duimen neemende, de kleine *s* moeten stellen op 11,9871.

§. CXCIII.

Om dan te weten, hoe veel stoopen in een vat gaan, waar van de sponts-diepte, bodems-diepte en binnen-langte bekend zyn in *geheele* duimen, zoekt men eerst de gemiddelde middellyn (§. XCII. en CXLII.), waer toe de lynen E en F dienen. Als men, naamelyk, het verschil tusschen de sponts-diepte en tusschen de bodems-diepte op E zoekt, vindt men daar recht tegen over op F, het geene in duimen en gedeeltens van duimen moet gedaan worden by

de

de Bodems-diepte, om de gemiddelde diepte te hebben. Deeze gevonden zynde, zet men S in D tegen over de binnen-langte in C; tegen over de gemiddelde middellyn in D vindt men op C den gezogten inhoud *in ſtoopen;* het welk alles ſteunt op het geene ik in het voorgaande (§. CXCI.) heb betoogd. Ik zal dit nu door voorbeelden van Vaten, welker inhoud boven (§. CXXI–CXXVI.) reeds bepaald is, zoeken op te helderen, zonder één eenig over te ſlaan, op dat het blyke, dat de handelwyze algemeen is, en op dat de Wynroeyers gelegenheid mogen hebben om door verſchillende voorbeelden zig in dit ſtuk te oeffenen.

De ſponts-diepte van *het Aam* is = 22; de bodems-diepte 19,2; de binnenlangte 26,1 duimen: het verſchil derhalven tuſſchen de ſponts-diepte en tuſſchen de bodems-diepte is = 2,8 duimen; hier mede vindt men, op de lynen E en F, 1,68; derhalven is de gemiddelde middellyn = 19,2 + 1,68 = 20,88 duimen; als nu S in D gezet wordt op 26,1 in C, vindt men tegen over 20,88 in D op de lyn C voor den inhoud 63,5 ſtoopen. Maar als alles *in halve duimen* is bepaald en dus de ſponts-diepte is = 44; de bodems-diepte = 38,4; de binnenlangte = 52,2; is het verſchil tuſſchen de ſpontsdiepte en bodems-diepte = 44 — 38,4 = 5,6 halve duimen; waar voor men vindt by E en F

(nee-

(neemende de verdeelingen van E niet voor *geheele*, maar voor *halve duimen*) 3,36; derhalven is de gemiddelde middellyn =38,4+3,36 =41,76 halve duimen. Als nu S in D, gezet wordt op 52,2 in C, vindt men tegen over 41,76 in D, op de lyn C, wederom 63,5 ſtoopen voor den inhoud. Indien men den inhoud wil hebben *in Pinten*, zoude men alleen het getal der ſtoopen door 3 kunnen vermenigvuldigen, maar als men P gebruikt op dezelfde wyze vindt men 190,5 Pinten.

In *het halve Aam* is de ſponts-diepte =17,6; de bodems-diepte =15,5; de binnen-langte =20,6 *duimen*; dus is het verſchil =17,6—15,5 =2,1; hier voor vindt men op E en F 1,26; derhalven is de gemiddelde diepte =15,5+1,26 =16,76. Als nu S gezet wordt op de binnen-langte 20,6 in C, ſtaan tegen over 16,76, in D, op de lyn C 32,2 ſtoopen voor den inhoud. Als alles in *halve duimen* was uitgedrukt, zoude de ſponts-diepte zyn =35,2, de bodems-diepte =31, de binnen-langte =41,2, de gemiddelde diepte =31+2,52=33,52. De binnen-langte =41,2, tegen over *s* geſteld zynde, vindt men op C, tegen over 33,52, in D 32,20 ſtoopen; juiſt zo als door de *geheele* duimen.

In *het Anker* is de ſponts-diepte =14; de bodems-diepte =12; de binnen-langte 16,6 *duimen*; voor de gemiddelde diepte vindt men

door

door E en F 12+1,2=13,2. Als de binnen-langte =16,6, op C, ſtaat tegen over S, op D, ſtaat tegen over 13,2, op D, op de lyn C, de inhoud 16,1. Als men alles in *halve duimen* uitdrukt, zo dat de ſponts—diepte is =28; de bodems—diepte 24; de binnen—langte 33,2; de gemiddelde diepte 24+2,4=26,4, en men ſtelt *s* in D op 33,2, in C, zo ſtaat tegen over 26,4, in D, op de lyn C wederom 16,1 voor den inhoud van het Anker in ſtoopen.

In *het half Anker* is de ſponts—diepte =11,2; de bodems—diepte =9,6; de binnen—langte =12,7 *duimen*; de gemiddelde diepte vindt men door E en F 9,6+0,96=10,56. Als de binnen—langte 12,7, in C, ſtaat tegen over S, vindt men tegen over 10,56, in D, op C, 7,88 ſtoopen voor den inhoud. Omtrent dit voorbeeld en meer diergelyken, waar in het vat klein is, moet men acht geeven, dat, als de binnen—langte in de eerſte verdeelinge, of in de eerſte helfte van de ſchuif C geſteld wordt tegen over S in D, de *Logarithmus* van 10,56 of van de middel-diepte in D valt agter het begin der verdeelingen in de ſchuif C; derhalven moet men S ſtellen tegen over de binnen—langte in het tweede deel, of in de tweede helfte van C genomen, en men vindt op de eerſte helfte van C, tegen over 10,56, het getal 7,88 voor den inhoud van het geheele vat.

In

In *het vierde deel van een Anker*, of *halve steekan* is de sponts-diepte = 8,4, de bodems-diepte = 7,6, de binnen-langte = 10,82 *duimen*; de gemiddelde diepte vindt men door E en F = 7,6 + 0,48 = 8,08. Als de binnen-langte op C over een stemt met S, op D, staat op C, tegen over 8,08 op D, de inhoud 3,95 stoopen. Omtrent dit voorbeeld nu is aan te merken, dat S wel moet gesteld worden tegen over 10,82 op C in de eerste verdeelinge; maar dat 8,08 op D staat tegen over 3,95 in de tweede verdeelinge op C; alwaar het zelfde plaats heeft, als in de gewoone behandelinge der *Logarithmen* (§. LVII.).

In *het halve Oxhoofd* is de sponts-diepte = 20, de bodems-diepte = 17,4, de binnen-langte = 24 *duimen*; de gemiddelde diepte vindt men 17,4 + 1,56 = 18,96; de binnen-langte, in C, tegen over S in D, gesteld zynde, staat in C, tegen over 18,96 in D, juist 48 stoopen. Als men alles in *halve duimen* uitdrukt, is de sponts-diepte = 40, de bodems-diepte = 34,8, de binnen-langte 48, de gemiddelde diepte = 34,8 + 3,12 = 37,92. Als men *s* stelt tegen over 48 in C, staat, tegen over 37,92 in D, het getal 48 op C, voor den inhoud van het halve Oxhoofd.

In *de Mallaga-boot* is de sponts-diepte = 31,4, de bodems-diepte = 26,4, de binnen-langte

=41 *duimen*; de gemiddelde diepte vindt men 26,4+3=29,4. Tegen over S in D, 4 in C, gesteld zynde, vindt men, op de tweede helfte van C, tegen over 29,4 in D, den inhoud 197,5 stoopen. Indien alles in *halve duimen* wordt uitgedrukt, is de sponts-diepte =62,8, de bodems-diepte =52,8, de binnen-langte =82, de gemiddelde diepte =58,8. Als men S tegen over 82 in C stelt, staat, tegen over 58,8 in D, op C 197,5 stoopen, als te vooren.

In het Vat, dat ik steeds tot een voorbeeld genomen heb in de Wynroeykunde, is de sponts-diepte =32, de bodems-diepte =28,8, de binnen—langte =45; de gemiddelde diepte vindt men door E en F =30,72. Als men S zet op 45 in C, staat, tegen over 30,72 in D, op de tweede helfte van C, voor den inhoud 237,5 stoopen.

Als men het *denkbeeldige vat* neemt, waar over ik boven (§. CXIX.) breedvoerig heb gehandeld, vindt men door de schuif-schaal voor den inhoud omtrent 1019 stoopen: want de sponts-diepte is =53,94 duimen, de bodems-diepte =44,06, de binnen-langte =73,5; derhalven is de gemiddelde diepte 44,06+5,94 =49,988. Als nu S gesteld wordt op 73,5 in C, ziet men, dat 49,988 op D, buiten de 10 in C komt; zo dat 'er meer dan 1000 stoopen in het vat gaan, en volgens een ruuwer bepaalinge 1018, of 1020 stoopen. Ik heb dit laatste voorbeeld

beeld bygebragt om te doen zien, hoe de Schuif-ſchaal zig niet verder in haar gebruik uitſtrekt; dan tot 1000 ſtoopen. Evenwel kan men ook in dit geval den inhoud van het vat ten naaſtenby bepaalen (en het is zelfs onmogelyk om ook door rekeninge geen twee ſtoopen op duizend te miſſen) als men den afſtand door middel van een paſſer meet tuſſchen de tweede 1 in C en tuſſchen het punt, daar 49,988, in D genomen, tegen aan komt; als dan de ééne voet van den paſſer geſteld wordt op de eerſte 1 in C, toont de andere voet op die zelfde C, hoe veel ſtoopen in zulk een groot vat zyn begreepen; naamelyk, ten naaſten by 1020.

§. CXCIV.

Tot het *peilen* der *liggende* vaten door middel van de Schuif-ſchaal is niets anders noodig, dan dat men door dezelve, inzonderheid door de lynen *a*, *b* en *c* en de ſchuif B het werk van twee regels van drien verrichte (§. CLVII, CLXXXII en CLXXXVIII) nademaal hier alleen de drie Wan-tafels voor de liggende vaten aan het oog vertoond worden. Stel, dat in het Aam het Nat tot de hoogte van 8 duimen gevonden wordt; dewyl het Aam onder de *middelbaarbuikigen* moet worden geteld (om dat 22 : 19,2 = 1000 : 873), zo komt de lyn *b* in aanmerkinge.

V Men

Men zet 22, of de ſponts–diepte, op *B* genomen, tegen over 100 in de lyn *b*; tegen over 8 in B, ſtaat in *b* 32,1. Voorts ſtelt men 100 in B, op 64, (de inhoud van het geheele Aam,) in A, en men vindt tegen over 32,1 in B, op de lyn A 20,6 ſtoopen. Als het Nat ſtaat tot 15 duimen, zet men wederom 22, of de ſpontsdiepte, op B genomen, tegen over 100 op *b*; tegen over 15 op B zal op *b* ſtaan 63,8. Vervolgens ſtelt men 100 in B op 64 in A, en men vindt, tegen over 63,8 in B, op A ſtaan 40,9 voor de hoeveelheid van het Nat, dat in het Aam nog overig is; door rekeninge uit de tweede Wan–tafel heeft men 40,832, ſtoopen.

Laat 'er een *dik–buikig* vat zyn, houdende 280 ſtoopen (het welk een voorbeeld is uit *van der Boot* (b) genomen, om te doen zien, hoe veel zyne bepaalingen van de mynen verſchillen) de ſponts–diepte zy = 36, de Nats–hoogte = 24: De *eerſte* Wan–tafel hier in aanmerkinge komende, moet men zig bedienen van de lyn *a*; als 36 in B geſteld wordt tegen over 100 in *a*, vindt men op *a*, tegen over 24 in B, 72,2. Als men vervolgens 100 in B zet tegen over 280 in A, ſtaat tegen over 72,2 in B, op de lyn A, voor de hoeveelheid Nats 202,25. *Van der Boot* heeft 230½; maar dit is een drukfeil: het moet

zyn

(b) Op de aangehaalde plaatſe, pag. 25.

zyn 203½ (eigentlyk 203) het geen men door rekeninge bevindt; het kleine verschil komt uit het verschil der Wan-tafels.

Stel een *dun-buikig* vat in de gedaante van een Tossaans Oxhoofd (c), dat 125 stoopen inhoudt, waar van de sponts-diepte is = 25 duimen, het nat hoog 5 duimen: stel 25 in B tegen over 100 op *c* (om dat hier de derde Wan-tafel moet gebruikt worden); tegen over 5 op B zal men vinden op *c* ten naasten by 13,3. Voorts stelt men 100 in B op 125 in A, en men vindt, tegen over 13,3 in B, voor de hoeveelheid van het nat in A 16,6 stoopen. *Van der Boot* vindt door zyne Wan-tafel 16,25 stoopen.

Laat 'er een vat zyn, dat *weinig buik* heeft, waar toe derhalven wederom de *derde* Wan-tafel voor *liggende* vaten en dus de lyn *c* moet gebruikt worden; laat het inhouden 136 stoopen; de sponts-diepte zy = 35 duimen, de Nats-hoogte = 30. Als 35 in B gesteld wordt tegen over 100 in *c*, vindt men op *c*, tegen over 30 in B, 92,3. Als men vervolgens 100 in B zet tegen over 136 in A, vindt men, tegen over 92,3 in B, op A 125,5; *Van der Boot* heeft door zyn derde Wan-tafel 125,8: het verschil is zeer gering.

§. CXCV.

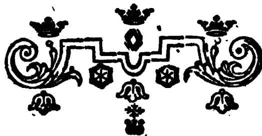
(c) *Van der Boot* Aanhang op de Wynroeykunde, pag. 27.

§. CXCV.

Uit het gezegde omtrent het peilen van de liggende vaten (§. CXCIV.) kan men ligt opmaaken, hoe men door de Schuif-fchaal kan weeten, hoe veel nats 'er in een *recht op staand* vat overig is, als de binnen-langte, de geheele inhoud van het vat, en de hoogte van het nat bekend zyn; zynde de lyn *d* gefchikt voor de *dik-buikige*, de lyn *e* voor de *middelbaar-buikige*, en *f* voor de *dun-buikige* vaten (§. CLXXXIV.). De behandelinge is volkomen dezelfde, weshalven ik maar één of twee voorbeelden zal voorftellen. *Een gemeen Oxhoofd* is doorgaans 30,56 duimen, of 61,12 halve duimen hoog; het houdt in 96 ftoopen: indien het onder de middelbaarbuikigen geteld wordt, komt de lyn *e* in aanmerkinge: ftel dan, dat het vogt 20 duimen, of 40 halve duimen hoog ftaat; als men 61,2 in C ftelt op 100 in *e*, zal op *e*, tegen over 40 in C, ftaan 66,5. Vervolgens ftelt men 96 in A tegen over 100 in B, en men vindt, tegen over 66,5 in B, op A 63,8 ftoopen. Als het nat in het Oxhoofd ftaat op 13 duimen, of 26 halve duimen, vindt men, 30,56 op C gezet zynde tegen over 100 in *e*, tegen over 13 in C, op *e*, 41,8: als nu vervolgens 96 in A gezet wordt tegen over 100 in B, zo ftaan tegen over 41,8 in B, op A 40 ftoopen.

Als een *dikbuikig* Vat groot 190 ſtoopen een hoogte heeft van 42 duimen, of 84 halve duimen, (want het is evenveel, welk maat men neemt, als maar de hoogte of binnenlangte in dezelfde maat wordt uitgedrukt als de Natshoogte) en het nat ſtaat ter hoogte van 10 duimen, moet men de lyn *d* gebruiken, en ſtellen 42 in C op 100 in *d*; en men vindt op *d*, tegen over 10 in C, het getal 21. Als nu 190 in A gezet wordt op 100 in B, zo ſtaat, tegen over 21 in B, op de lyn A voor den inhoud 40 ſtoopen. 21,8 41,44

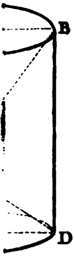
Indien een *dunbuikig* vat groot 130 ſtoopen de hoogte of binnen-langte heeft van 36 duimen, en het nat ſtaat 16 duimen hoog, zo ſtelt men 36 in C op 100 in *f*, en men vindt op *f*, tegen over 16 in C, 44,1. Wanneer nu 130 in A geſteld wordt tegen over 100 in B, ſtaat op A, tegen over 44,1 in B, het getal 57,3 voor de hoeveelheid van het Nat, dat in het Vat overig is.



DRUK-

DRUK-FEILEN EN VERBETERINGEN.

Pag.	Reg.		lees
4	8	of $6\frac{5}{100}$	of $6+\frac{5}{100}$
5	4	is de	is in de
20	3	$\frac{12,34500}{60000}$	$\frac{123,4500}{60000}$
–	–	$\frac{12,345}{600}$	$\frac{123,45}{600}$
–	22	1234,56	1234,56
49	5	middel—evenre-dige,	middel—evenredige
–	14	invallen;	invallen,
59	25	56086	56088
68	19	middelyk	middel-lyn.
76	19	$28^a,8$	$28^d,8$
86	24	20 is	zo is
93	8	$f^4-2f^2t^2+t^2$	$f^4-2f^2t^2+t^4$
96	–	moet op de kant ſtaan Fig. 11.	
158	15	CXLV)) blyken zal.	CXLV) blyken zal)
186	1	de ſomme	de halve ſomme
196	4	toelaat 3°;	toelaat; 3°.
202	5	borg	boog.
212	20	hoogte;	hoogte,
215	6	ſpons-diepte	ſponts-diepte.
216	2	ſpons-diepte	ſponts-diepte.
228	24	31250	3125
–	25	726	707,5
–	26	726	707,5
–	–	1,27696	1,18577
–	27	1,27696	1,18577
228	27	1,69696	1,60577
230	2	3,3942	3,21154
237	26	§. CLX.	§. CLXII.
242	10	4544,1761	4543,176,
272	13	320,625	30,625
293	4	over 72	over 72 in A
295	18	en deszelfs	in deszelfs
–	27	13	12
301	4	S	s



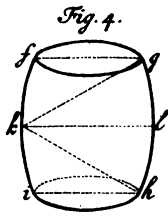


Fig. 4.

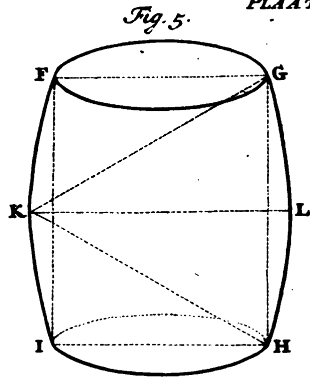


Fig. 5.

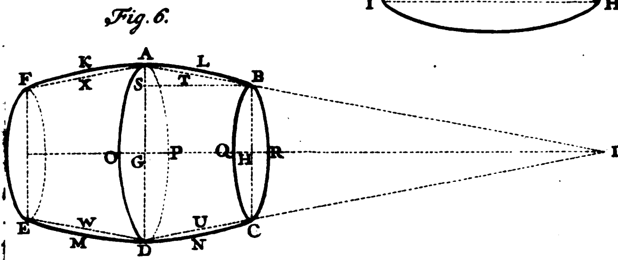


Fig. 6.

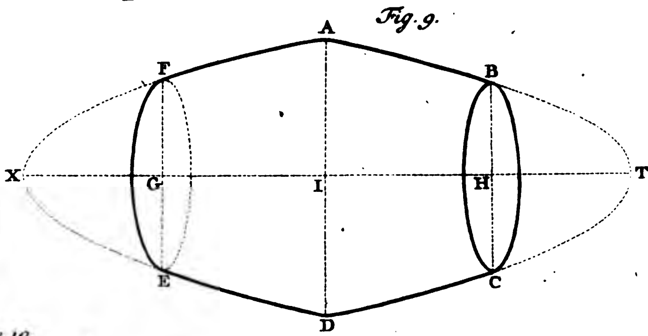
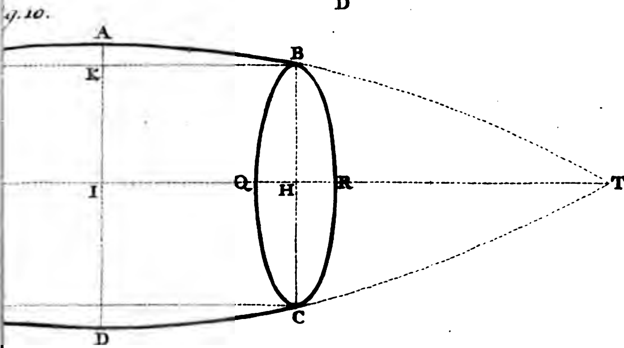
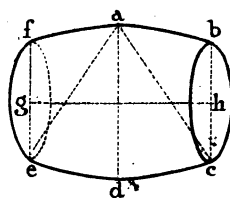


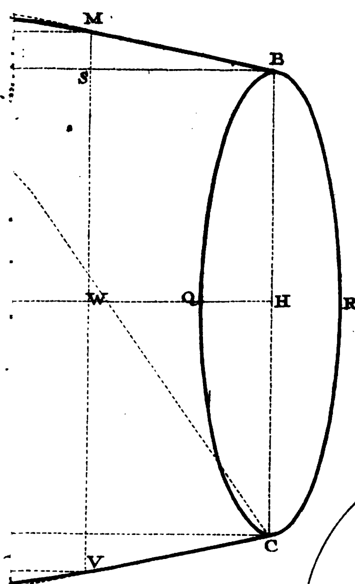
Fig. 9.



g. 10.

Fig. 12.





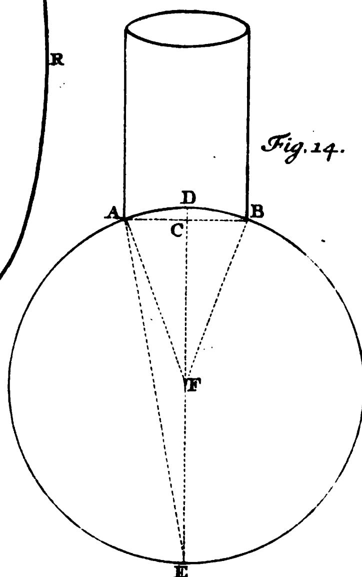


Fig. 14.

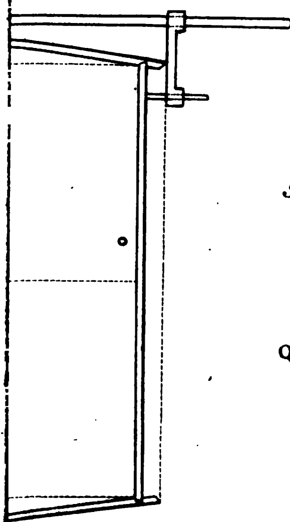


Fig. 13.

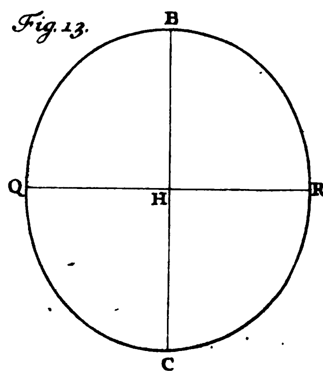


Fig. 15. *



Fig. 17.

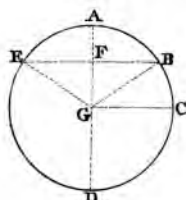


Fig. 21.

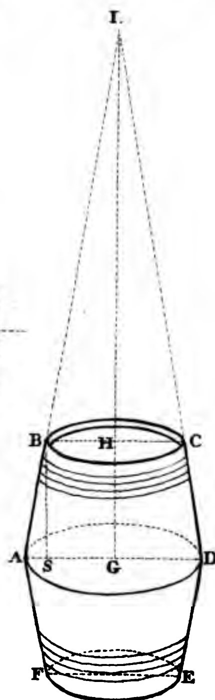
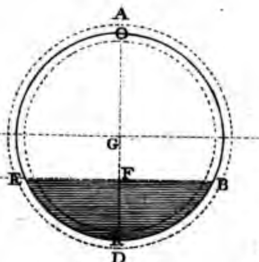
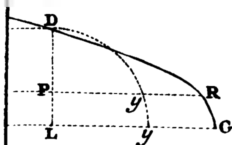


Fig. 19.





Dewyl door den grooten ſpoed, dewelke met het drukken van dit Werkje heeft moeten gemaakt worden, en door andere omſtandigheden de proeven niet met alle omzigtigheid zyn nagezien, en ik ook eenige feilen by naleezinge heb ontdekt, die niet aan de Drukkers, maar aan my zyn toeteſchryven, dewelke onervaarenen zouden kunnen belemmeren, zal ik hier een nadere lyſt, zo van Drukfeilen, als van Verbeteringen, opgeeven.

Pag.	xix	Reg.	24 enz.	LX.	lees	XL	
—	xx	—	17	do	—	de	
—	13	—	18	4039	—	4030	
—	–	—	–	7291!	—	7891	
—	19	—	26	$\frac{12.3450}{10000}$	—	$\frac{123450}{10000}$	
—	20	—	3	$\frac{12,34500}{60000}$	—	$\frac{1234500}{60000}$	
—	–	—	–	$\frac{12,345}{600}$	—	$\frac{12345}{600}$	
—	–	—	14	9,122	—	9,123	
—	49	—	14	invallen;	—	invallen,	
—	50	—	25	56086	—	56088	
—	88	—	4	KT	—	XT	
—	–	—	18	$\frac{a^2}{u^3}$	—	$\frac{a^2}{u_2}$	
—	91	—	12	ABKCD	—	ABTCD;	
—	–	—	15	BKC	—	BTC	
—	–	—	19	$+-b^2x$	—	$-b^2x$	
—	93	—	11	$2f_2t^2dt$	—	$2f_2t^2dt$	
—	96	—	1	LB	—	SB	
—	–	—	2	AI	—	AD	
—	–	—	–	TE	—	FE	
—	156	—	11	87;	—	87,	
—	163	—	21	61,0455	—	60,9986	
—	–	—	–	1,7850533	—	1,7853200	

Pag.

DRUKFEILEN.

Pag.	Reg.		lees	
165	6	60,94965	lees	60,94217
—	11	61,04154	—	60,03296
169	7	(§. III.)	—	(§. CXI.)
176	4	50	—	40
179	1	36	—	32
192	13	C²	—	c²
202	5	EAG	—	EAB
207	30	29944	—	27944
211	12	725,834	—	725,665
—	—	228,511	—	157,83
—	18	72,8916	—	50,347
212	18	AR	—	AZ
—	20	hoogte;	—	hoogte,
221	25	QS	—	ZS
228	18	4,4788	—	4,45788
233	12	4,400	—	4,000
235	13	Q	—	Z
—	—	AQ	—	AZ
266	25	ſtoopen	—	duimen
269	12	823	—	833
276	11	33841	—	33851
282	17	lynen op	—	lynen
289	13	1 en 2	—	1 en 4
292	21	in B zal	—	zal
294	9	en B	—	in B
295	18	en deszelfs	—	is deszelfs
301	4	S	—	ſ
304	25	5,94	—	5,928
307	12	63,3	—	13,3
309	9	31	—	21,8
—	—	31	—	21,8
—	—	59	—	41,48